

**CENTRO FEDERAL DE EDUCAÇÃO TECNOLÓGICA
CELSO SUCKOW DA FONSECA – CEFET/RJ**

**Análise da Dinâmica Lateral de um Sistema
Composto de Carreta Reboque Acoplada a um
Carro de Passeio**

Pedro Lima Macedo Rodrigues

Prof. Orientador: Fernando Ribeiro da Silva

**Rio de Janeiro
Dezembro de 2019**

**CENTRO FEDERAL DE EDUCAÇÃO TECNOLÓGICA
CELSO SUCKOW DA FONSECA – CEFET/RJ**

**Análise da Dinâmica Lateral de um Sistema
Composto de Carreta Reboque Acoplada a um
Carro de Passeio**

Pedro Lima Macedo Rodrigues

Projeto final apresentado em cumprimento às
normas do Departamento de Educação Superior do
CEFET/RJ, como parte dos requisitos para obtenção
do título de Bacharel em Engenharia Mecânica.

Prof. Orientador: Fernando Ribeiro da Silva

**Rio de Janeiro
Dezembro de 2019**

Ficha catalográfica elaborada pela Biblioteca Central do CEFET/RJ

R696 Rodrigues, Pedro Lima Macedo.

Análise da dinâmica lateral de um sistema composto de carreta reboque acoplada a um carro de passeio / Pedro Lima Macedo Rodrigues – 2019.

60f. + anexo : il. color., grafs., tabs. ; enc.

Projeto Final (Graduação). Centro Federal de Educação Tecnológica Celso Suckow da Fonseca, 2019.

Bibliografia: f. 60.

Orientador: Fernando Ribeiro da Silva.

1. Engenharia mecânica. 2. Transporte rodoviário de carga. I. Silva, Fernando Ribeiro da (Orient.). II. Título.

CDD 621

Elaborada pelo bibliotecário Leandro Mota de Menezes CRB-7/5281

RESUMO

O comportamento da dinâmica lateral de uma carreta reboque acoplada a um carro de passeio é analisado durante uma manobra em curva através da construção de um modelo matemático. Os reboques tendem a condição de capotamento no momento em que são colocados a grandes ângulos de esterçamento e velocidades longitudinais.

Para esse tipo de análise, foi disposto de um software de cálculo numérico com o objetivo de ter o modelo matemático na iminência de tombamento para um veículo com carreta reboque. O modelo é primeiramente usado no regime lateral transiente com 4 graus apenas no plano XY, e em seguida são adicionados mais 12 graus para o modelo vertical. E por fim é adicionada a Transferência de carga.

Os estudos mostram o contraste entre os dois tipos de o tamanho de sua bitola na dinâmica lateral; a comparação entre o comportamento com centros de gravidades diferentes.

Palavras-chave: Dinâmica Lateral. Capotamento. Reboque. Semirreboque. Carretinha.

Sumário

1.	Introdução.....	1
1.1	Motivação	1
1.2	Justificativa	1
1.3	Objetivos.....	2
1.4	Metodologia e Trabalho Realizado.....	2
1.5	Organização do Trabalho	2
2.	Referencial Teórico	3
2.1	Legislação	3
2.2	Tipos de Carreta Reboque.....	4
2.2.1	Carreta Baú.....	4
2.2.2	Carreta para Transporte de Veículos	4
2.2.3	Carreta Fazendinha	5
2.3	Pneus.....	5
2.4	Suspensão.....	8
2.4.1	Molas	8
2.4.2	Amortecedores.....	8
2.4.3	Barra Estabilizadora	9
2.5	Parâmetros de Suspensão e Alinhamento	10
2.5.1	Bitola	10
2.5.2	Centro de Rolamento	10
2.5.3	Caster.....	11
2.5.4	Camber	12
3.	Modelagem Numérica	13
3.1.1	Sistemas de Coordenadas	13
3.2	Sistema Acoplado	14
3.3	Dinâmica Lateral em Regime Transiente	18

3.3.1	Equação do Movimento	18
3.3.2	Análise do Modelo	20
3.4	Atuação da Suspensão	22
3.4.1	Equações de Movimento da Dinâmica vertical.....	25
3.4.2	Análise do Modelo Vertical	31
3.5	Transferência de Carga	34
3.5.1	Atuação da Rolagem	34
3.5.2	Condição de Tombamento de Gillespie	36
3.5.3	Análise do Modelo	38
4.	Análise dos Resultados.....	43
4.1	Respostas (teste 1)	43
4.2	Respostas (teste 2)	48
4.3	Respostas (teste 3)	51
4.4	Influência da bitola	54
4.5	Influência da Altura do Centro de Gravidade.....	56
4.6	União dos mecanismos de melhorias.....	57
5.	Conclusões.....	59
5.1	Sugestões	59
	Referência Bibliográfica.....	60
	Anexo A: Algoritmo MatLab	61

Lista de Figuras

Figura 1: Exemplo de carreta reboque do tipo baú.....	4
Figura 2: Exemplo de carreta reboque para transporte de veículos.	5
Figura 3: Exemplo de carreta reboque fazendinha.	5
Figura 4: Distribuição de pressão em um pneu para as condições estacionária e em movimento, respectivamente. (Adaptado de Gillespie, 1992)	6
Figura 5: Representação do ângulo de deriva, ou ângulo de escorregamento. (Adaptado de Gillespie, 1992)	7
Figura 6: Exemplo de conjunto de amortecedor e mola.....	9
Figura 7: Representação esquemática de uma barra estabilizadora (Máximo, 2002).	9
Figura 8: Comprimento médio da bitola de um automóvel (Adaptado de Leal, Rosa e Nicolazzi, 2012, p. 78).....	10
Figura 9: Representação do centro de rolamento de uma suspensão independente de braços transversais. (Adaptado de Leal, Nicolazzi e Rosa, 2012)	11
Figura 10: Representação do caster.....	12
Figura 11: Representação dos tipos de ângulo de camber.....	12
Figura 12- Carreta acoplada ao Reboque cotadas	13
Figura 13: Representação do sistema de coordenadas locais em um veículo.	14
Figura 14- Reações no acoplamento	15
Figura 15- Sistemas de Coordenadas globais com o veículo motor.....	16
Figura 16- Sistemas de coordenadas globais com o reboque	17
Figura 17- Diagrama de Corpo Livre Lateral (modelo de bicicleta).....	19
Figura 18- Deslocamento espacial Lateral	20
Figura 19- Movimento descrito pelo veículo e o reboque (Genta 2009)	20
Figura 20- Variação em y e Variação de Guinada Carro (vermelho) e Reboque (azul)	21
Figura 21- Velocidade angular e lateral dos modelos	21
Figura 22- Modelo cotado	22
Figura 23- modelo de 1/4	23
Figura 24- Modelo com 12 graus de liberdade.....	26
Figura 25- Diagrama do Corpo Livre Massa Suspensa.....	27
Figura 26- Diagrama de Corpo Livre da Massa não suspensa	28
Figura 27- Diagrama do Corpo Livre Massa Suspensa do Reboque.....	29

Figura 28- Diagrama do Corpo Livre Massa não suspensa.....	30
Figura 29- Deslocamento das Massas Suspensas.....	31
Figura 30- Variações das arfagens com o tempo.....	31
Figura 31- Movimento de rolagem.....	32
Figura 32- Deslocamento das Massas Não Suspensas	32
Figura 33- Deslocamentos das Massas Suspensas individuais.....	33
Figura 34- Reações verticais dos pneus	33
Figura 35- Modelo de Transferência de Carga.....	35
Figura 36- Tombamento de Gillespie.....	37
Figura 37- Variação em y e ângulo de Guinada.....	38
Figura 38 – Variação da Velocidade Lateral e Angular	38
Figura 39- Deslocamentos em Z pelo Tempo	39
Figura 40 - Variação da Arfagem pelo tempo	39
Figura 41- Rolamento pelo tempo.....	40
Figura 42- Deslocamento das Massas não suspensas.....	40
Figura 43- Deslocamento das Massas não suspensas separadamente	41
Figura 44-- Deslocamento no plano XY	41
Figura 45- Condição de tombamento do carro	42
Figura 46- Condição de tombamento do Reboque.....	42
Figura 47- Deformação de Delta	43
Figura 48- Variação do Deslocamento em Z.....	44
Figura 49- Variação do rolamento.....	44
Figura 50- variação da arfagem.....	45
Figura 51- Deslocamento centro de massa.....	45
Figura 52- Deslocamento das Massas não suspensas.....	46
Figura 53- Reações dos pneus	46
Figura 54- Condição de tombamento do carro	47
Figura 55- Condição de tombamento do reboque	47
Figura 56- Variação do rolamento.....	48
Figura 57- Deslocamento centro de massa.....	48
Figura 58- Deslocamento das Massas não suspensas.....	49
Figura 59- Reações dos pneus	49
Figura 60- Condição de tombamento do carro	50
Figura 61- Condição de tombamento do reboque	50

Figura 62- Variação do rolamento.....	51
Figura 63- Deslocamento centro de massa.....	51
Figura 64- Deslocamento das Massas não suspensas.....	52
Figura 65- Deslocamento das Massas não suspensas.....	52
Figura 66- Reações dos pneus.....	53
Figura 67- Condição de tombamento do carro.....	53
Figura 68- Condição de tombamento do reboque.....	54
Figura 69- Condição de Tombamento (carro com mesma bitola).....	55
Figura 70- Condição de Tombamento do reboque com bitola maior.....	55
Figura 71- Condição de Tombamento (carro com mesmo centro de gravidade).....	56
Figura 72- Condição de Tombamento do reboque com CG menor.....	56
Figura 73- Condição de Tombamento (carro com mesmo centro de gravidade e bitola).....	57
Figura 74- Condição de Tombamento do reboque com melhorias.....	58

Lista de Abreviaturas e Siglas

CNT	Confederação Nacional de Transportes
CG	Centro de Gravidade
CONTRAN	Conselho Nacional de Trânsito
INMETRO	Instituto Nacional de Metrologia, Qualidade e Tecnologia
PBT	Peso Bruto Total
SEST	Serviço Social do Transporte
SENAT	Serviço Nacional de Aprendizagem do Transporte

Lista de Símbolos

α	Ângulo de Deriva (Slip Angle)
γ	Ângulo de Cambagem (Camber Angle)
F_Y	Força Lateral
C_α	Rigidez a Curvatura (Cornering Stiffness)
C_S	Coefficiente de Curvatura (Cornering Coefficient)
n	Força Vertical
V	Velocidade do Automóvel
R	Raio de Curvatura
ψ	Ângulo de Guinada (Yaw Angle)
θ	Ângulo de Arfagem (Pitch Angle)
ϕ	Ângulo de Rolagem (Roll Angle)
δ_K	Ângulo de Ackerman
L	Distância Entre-Eixos
a	Distância entre o Eixo Dianteiro e o CG
b	Distância entre o Eixo Traseiro e o CG
A_Y	Aceleração Lateral
V_{car}	Velocidade Característica
V_{crit}	Velocidade Crítica
M	Massa Total
I_z	Momento de Inércia em Z
V_{ax}	Velocidade em X coordenada Local
V_{ay}	Velocidade em Y coordenada Local
C_0	<i>Zeroth Moment Vehicle Cornering Stiffness</i> (Dixon, 1996)
C_1	<i>First Moment Vehicle Cornering Stiffness</i> (Dixon, 1996)
C_2	<i>Second Moment Vehicle Cornering Stiffness</i> (Dixon, 1996)
z	Deslocamento da Massa Suspensa
I_X	Momento de Inércia em X
I_Y	Momento de Inércia em Y

H_{CG}	Altura do Centro de Gravidade
m_{dd}	Massa Não-Suspensa Dianteira Direita
m_{de}	Massa Não-Suspensa Dianteira Esquerda
m_{td}	Massa Não-Suspensa Traseira Direita
m_{te}	Massa Não-Suspensa Traseira Esquerda
m_{rd}	Massa Não-Suspensa reboque direira
m_{re}	Massa Não-Suspensa reboque Esquerda
C_d	Constante de Amortecimento Dianteira
C_t	Constante de Amortecimento Traseira
C_r	Constante de Amortecimento Reboque
K_d	Constante Elástica Dianteira
K_t	Constante Elástica Traseira
K_r	Constante Elástica reboque
C_p	Constante de Amortecimento do Pneu carro
C_{rp}	Constante de Amortecimento do Pneu reboque
K_p	Constante Elástica do Pneu carro
K_{rp}	Constante Elástica do Pneu reboque
l	Distância entre o centro de gravidade e a roda
l_r	Distância entre o centro de gravidade reboque e a roda
z_{dd}	Deslocamento da Massa Não-Suspensa Dianteira do lado Direito
z_{de}	Deslocamento da Massa Não-Suspensa Dianteira do lado Esquerdo
z_{td}	Deslocamento da Massa Não-Suspensa Traseira do lado Direito
z_{te}	Deslocamento da Massa Não-Suspensa Traseira do lado Esquerdo
z_{rd}	Deslocamento da Massa Não-Suspensa reboque do lado Direito
z_{re}	Deslocamento da Massa Não-Suspensa reboque do lado Esquerdo
M_s	Massa Suspensa
h_1	Altura Dinâmica do Centro de Massa
T	Bitola do veículo
T_r	Bitola reboque
F_{Vex}	Força vertical na roda externa a curva
F_{Vin}	Força vertical na roda interna a curva

Capítulo 1

1.Introdução

O Brasil possui, de acordo com dados da Confederação Nacional de Transportes (2014), cerca de 1,7 milhão de quilômetros de malha rodoviária, sendo esta responsável por cerca de 60% do escoamento de toda a produção nacional. Além disso, a rede rodoviária responde ainda por mais de 90% do transporte de passageiros.

A crescente necessidade de deslocamento de maiores volumes cargas, seja a nível particular seja a nível industrial, levou a uma diversificada gama de soluções, de acordo com a necessidade de ocasião. Desde o desenvolvimento de veículos com capacidade de carregar maior quantidade de carga, mais potentes e com mais torque – e consequentemente mais caros; até adaptações feitas em carros de passeio convencionais para que estes sejam capazes de efetuar tais ações.

Dentre tais alternativas, este trabalho terá como foco de estudo o acoplamento de um reboque a um carro de passeio, e seu comportamento dinâmico lateral.

1.1 Motivação

As carretas reboques são utilizadas para transportes de longas distâncias, onde são utilizadas estradas e, consequentemente, maiores velocidades de cruzeiro, que é um fator de risco para esse tipo de transporte. Além da melhor dirigibilidade possível, as maiores preocupações estão sendo voltadas para a segurança. Sendo assim, estudar os principais parâmetros na dinâmica lateral é fundamental para entender como essas ações podem favorecer a prudência.

1.2 Justificativa

Os acidentes que são causados pelas condições adversas do veículo podem ser evitados. Elementos de suspensão, roda e geometria dos veículos são parâmetros que influenciam e modificam o contato do pneu com o terreno. Serão realizadas simulações numéricas comparando e buscando as melhorias para obter melhores índices de segurança aliadas a boa condução e conforto dos ocupantes do conjunto carreta reboque.

1.3 Objetivos

Criar um estudo quanto a dinâmica lateral de carretas-reboque, elaborando modelos matemáticos para avaliar possíveis situações de capotamento realizando manobras comuns no trânsito como curvas.

1.4 Metodologia e Trabalho Realizado

O trabalho realizado consistiu na descrição teórica do objeto de estudo, bem como de sua descrição numérica. Foram especificados os principais tipos de carreta reboque e as condições necessárias para conduzir um veículo deste tipo

Em sequência, iniciou-se a descrição dos principais componentes que afetam a dinâmica lateral do conjunto completo, compreendido da carreta reboque acoplada ao veículo de tração.

Por fim, foi feita uma descrição matemática inicial para a solução do problema proposto no objetivo deste trabalho.

1.5 Organização do Trabalho

O trabalho foi organizado de acordo com a seguinte disposição:

- 1) A introdução consta de descrição breve do tema, motivação, justificativa, objetivo e este próprio tópico, de organização do trabalho.
- 2) O capítulo dois é destinado ao referencial teórico básico necessário para a descrição do modelo matemático proposto em resposta ao problema.
- 3) O capítulo três apresenta o equacionamento e desenvolvimento numérico para solução do problema.
- 4) O capítulo quatro aponta as análises dos testes feitos com diferentes inputs.
- 5) O capítulo 5 é referente a conclusões e sugestões de estudos posteriores.
- 6) As referências bibliográficas apresentam as fontes de consulta para a confecção deste trabalho.

Capítulo 2

2. Referencial Teórico

Este capítulo tem por objetivo apresentar conceitos teóricos importantes para o estudo da dinâmica lateral do modelo proposto, bem como informações necessárias para a condução de carretas-reboque.

2.1 Legislação

O reboque é um veículo de carga que possui como características básicas um chassi, pelo menos um eixo, e um espaço destinado ao transporte da carga. Pode ser apoiado sob o trem de força de um veículo trator ou acoplado a este através de um engate.

O Código de Trânsito Brasileiro prevê que para a condução de um veículo de passeio acoplado a um reboque, o motorista deve estar habilitado na categoria B, desde que o peso bruto total não ultrapasse 3.500 kg e cuja lotação não exceda oito lugares, excluído o motorista. Caso o peso bruto total esteja na faixa entre 3.500 kg a 6.000 kg, o condutor deverá estar habilitado na categoria C, sendo também neste caso aplicada a regra para a lotação da categoria anterior. Por fim, caso o peso bruto total ultrapasse os 6.000 kg ou caso a lotação ultrapasse os oito lugares, excluído o motorista, este deverá possuir habilitação de categoria E.

Segundo a Resolução n.º 14/98 do CONTRAN, são itens obrigatórios para os reboques:

- 1) para-choque traseiro;
- 2) protetores das rodas traseiras;
- 3) lanternas de posição traseiras, de cor vermelha;
- 4) freios de estacionamento e de serviço, com comandos independentes, para veículos com capacidade superior a 750 quilogramas e produzidos a partir de 1997;
- 5) lanternas de freio, de cor vermelha;
- 6) iluminação de placa traseira;
- 7) lanternas indicadoras de direção traseiras, de cor âmbar ou vermelha;
- 8) pneus que ofereçam condições mínimas de segurança;
- 9) lanternas delimitadoras e lanternas laterais, quando suas dimensões assim o exigirem.

Quanto ao engate, a Resolução n.º 197 de 2006 do CONTRAN determina que os engates para veículos de até 3.500 kg de PBT e possuam capacidade de tracionar reboques

devem ser produzidos por empresas registradas junto ao INMETRO. Os veículos podem utilizar qualquer modelo de engate, para o caso deste ser original de fábrica. Caso seja instalado ao veículo como acessório, o engate deverá apresentar as seguintes características: esfera maciça apropriada ao tracionamento de reboque ou trailer; tomada e instalação elétrica apropriada para conexão ao veículo rebocado; dispositivo para fixação da corrente de segurança do reboque; ausência de superfícies cortantes ou cantos vivos na haste de fixação da esfera; dispositivos de iluminação, devidamente regulamentados.

2.2 Tipos de Carreta Reboque

Neste subtópico serão apresentadas classificações genéricas de carretas-reboque. Vale ressaltar que podem existir variações destes modelos, uma vez que cada um destes pode ser adaptado à solução de um problema específico de transporte de carga.

2.2.1 Carreta Baú

São modelos fechados, possuindo teto e trancas na abertura, que pode ser traseira ou lateral. Atualmente, com a popularização dos *foodtrucks* (Figura 1), este tipo de carreta-reboque tornou-se um dos principais modelos comercializados no Brasil.



Figura 1: Exemplo de carreta reboque do tipo baú.

2.2.2 Carreta para Transporte de Veículos

Este tipo de reboque é uma solução para transportar outro tipo de veículo. Apresenta basicamente um espaço destinado ao transporte do veículo em questão, podendo ser adaptado

para o transporte de veículos menores, como motocicletas ou quadriciclos, por exemplo. Existem ainda modelos adaptados para o transporte de motos aquáticas ou até mesmo pequenas embarcações. A **Figura 2** apresenta um modelo adaptado para o transporte de até três motocicletas.



Figura 2: Exemplo de carreta reboque para transporte de veículos.

2.2.3 Carreta Fazendinha

Este modelo de carreta reboque é provavelmente o mais conhecido e comercializado no país. Sua construção é semelhante a do modelo de carreta baú, sendo diferenciada por não possuir teto. É constituída de uma plataforma para transporte de carga e paredes laterais, que podem ser vazadas, como no caso da **Figura 3**.



Figura 3: Exemplo de carreta reboque fazendinha.

2.3 Pneus

O estudo do comportamento dos pneus é essencial no estudo da dinâmica lateral de qualquer veículo, uma vez que são os pontos de contato entre o veículo e o solo. Pela complexidade das condições de trabalho, requisita grande tempo de pesquisa do setor de

engenharia responsável, já que toda a capacidade de aceleração, contorno de curva e frenagem do veículo são dependentes destes pontos de contato, independente de quanta tecnologia o veículo possua.

De acordo com Gillespie (1992), um conjunto ideal de pneu e roda deve ser compatível e macio o suficiente para absorver os impactos decorrentes do contato com o solo, e ao mesmo tempo ser rígido o suficiente para que o mesmo role sem contribuir com a excitação do veículo. As três funções básicas do pneu são:

- 1) Suportar as cargas verticais enquanto amortece os choques em contato com o pavimento;
- 2) Desenvolver forças longitudinais na aceleração e frenagem;
- 3) Desenvolver forças laterais nas curvas.

As pressões atuantes no pneu são representadas na **Figura 4**, nas condições estacionária e em movimento. As forças atuantes, por consequência, não são pontuais, mas compreendem toda a extensão de contato do pneu com o solo, uma vez que são decorrentes da tensão resultante entre a tensão normal e tensão de cisalhamento, ambas atuantes no pneu no momento de contato com o solo. De acordo com Gillespie (1992), as forças não são constantes no eixo Y, e apresentam maiores valores nos primeiros pontos de contato, no sentido de movimento do veículo.

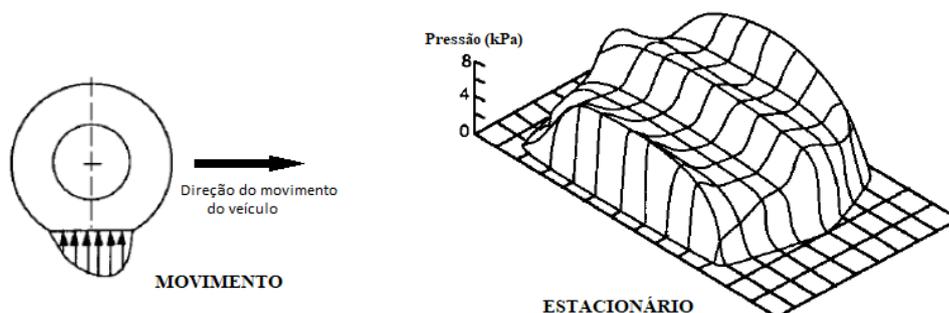


Figura 4: Distribuição de pressão em um pneu para as condições estacionária e em movimento, respectivamente. (Adaptado de Gillespie, 1992)

Quando submetido a esforços laterais, o pneu tende a escorregar para o lado desses esforços. O ângulo compreendido entre as direções do eixo imaginário de direção do pneu e o eixo da direção de percurso do pneu é denominado ângulo de deriva, ou ângulo de escorregamento, conforme ilustra a **Figura 5**.

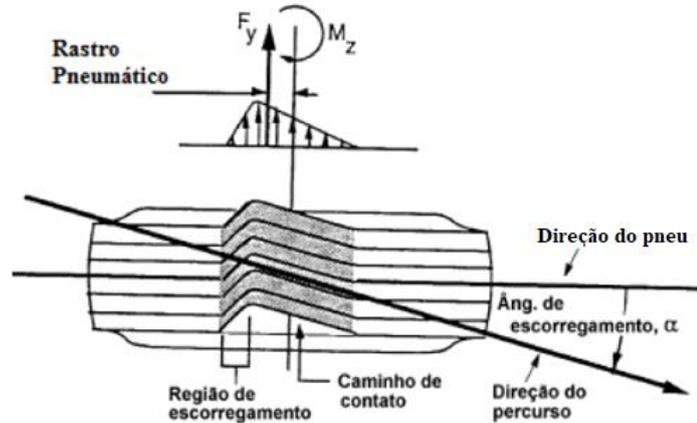


Figura 5: Representação do ângulo de deriva, ou ângulo de escorregamento. (Adaptado de Gillespie, 1992)

Por conta da assimetria da distribuição de forças no eixo Y, o ponto onde a força é aplicada é localizado atrás de seu centro geométrico, e a distância entre esse ponto e o centro geométrico do pneu é denominado rastro pneumático. Por convenção da SAE, o torque de alinhamento M_z é definido como o produto da força lateral pelo rastro pneumático.

Uma propriedade importante para o estudo do comportamento dos pneus quando submetidos a esforços laterais é a rigidez ao esterçamento do pneu. É definida como a inclinação da curva representada na equação (2.1), avaliada para o ângulo de escorregamento α para o valor de zero grau. A relação continua válida para ângulos pequenos, de até 6 graus.

$$C_\alpha = - \left. \frac{\partial F}{\partial \alpha} \right|_{\alpha=0} \quad (2.1)$$

A expressão pode ser reescrita em função da força lateral F_y , conforme a Equação 2:

$$F_Y = C_\alpha \cdot \alpha \quad (2.2)$$

Vários fatores influenciam no valor do coeficiente de rigidez ao esterçamento, como tamanho e tipo de pneu, e principalmente a carga e pressão aplicada a ele (Gillespie, 1992).

O Coeficiente de Curvatura “Cornering Coefficient” (C_s) é utilizado para comparação de diferentes tipos de pneus em diferentes cargas. Sua relação é gerada por:

$$C_s = \frac{C_\alpha}{F_v} \quad (2.3)$$

2.4 Suspensão

Gillespie (1992, p. 237) afirma que as principais funções da suspensão são:

- 1) Isolar a massa suspensa do veículo, de modo a amenizar as perturbações causadas por irregularidades do pavimento, bem como dos esforços ocasionados por manobras efetuadas pelo condutor;
- 2) Manter as rodas na direção e cambagem corretas em resposta à superfície da pista;
- 3) Produzir reação às forças de controle produzidas pelos pneus – longitudinais (produzidas por acelerações e frenagens), forças laterais (produzidas no contorno de curvas), torques de frenagem e torques de direção;
- 4) Resistir à rolagem do chassi;
- 5) Manter os pneus em contato com o solo com variação mínima de cargas.

Dentre todos os elementos constituintes de uma suspensão, os subtópicos a seguir descrevem os principais itens afetados pela dinâmica lateral, objeto deste estudo.

2.4.1 Molas

Molas são elementos de máquinas que tem como característica principal armazenar energia mecânica quando submetidas a compressão. Aplicando isto à realidade de uma suspensão automotiva, a mola se torna um dos componentes responsáveis por absorver perturbações geradas por irregularidades do terreno, proporcionando conforto aos integrantes do veículo.

As molas também têm como objetivo fazer a ligação entre as massas suspensas e não suspensas do veículo e, portanto, manter o pneu sempre em contato com o terreno. Trabalham geralmente sobre compressão, e obedecem a Lei de Hooke, dentro do regime elástico do material constituinte, sendo sua deformação proporcional ao esforço aplicado. Quanto à sua rigidez, devem ser suficientemente rígidas para que não ocorra total compressão ou distensão quando solicitadas, devido às irregularidades do terreno.

2.4.2 Amortecedores

Os amortecedores são os principais componentes da suspensão, uma vez que controlam as molas, já descritas no subtópico anterior. Quando em bom estado de conservação, os amortecedores funcionam de modo responsivo, ou seja, quanto mais rápidos forem os impactos recebidos, mais resistência eles oferecerão ao movimento, com o objetivo

de manter o máximo possível de contato entre os pneus e o terreno, e assim, obter maior aderência. A **Figura 6** demonstra um conjunto montado de mola e amortecedor.



Figura 6: Exemplo de conjunto de amortecedor e mola.

2.4.3 Barra Estabilizadora

Barra estabilizadora é um componente mecânico da suspensão feito de aço, em formato de U, responsável por promover a conexão entre as duas rodas, conforme mostra a **Figura 7**.

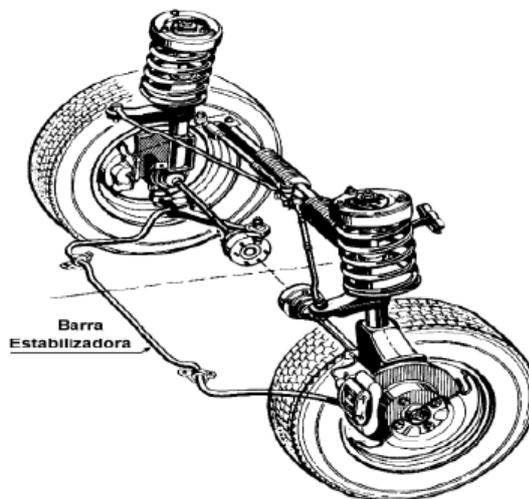


Figura 7: Representação esquemática de uma barra estabilizadora (Máximo, 2002).

Tem como objetivo proporcionar maior rigidez ao sistema de suspensão, devido a sua construção, que a coloca sob efeito de torção toda vez que solicitada, promovendo assim maior controle do condutor sob o veículo, uma vez que o carro tende a sofrer menos as variações verticais ocasionadas pelas excitações na suspensão.

Quando as rodas são submetidas a cargas desiguais, como em trajetórias curvilíneas, ocorre movimento relativo entre as rodas. A barra estabilizadora, então, sofre solicitação

mecânica, tendendo a resistir a este movimento, e ao mesmo tempo, resistindo à rolagem da carroceria.

Veículos de passeio geralmente possuem apenas barra estabilizadora dianteira e suspensão traseira independente (cujas rodas não estão interligadas por meio de barra estabilizadora), enquanto veículos esportivos tendem a possuir barras estabilizadoras dianteira e traseira, para obter maior estabilidade possível.

Existem ainda casos de veículos que possuem suspensão independente em ambos os eixos, situação onde cada roda reage de forma independente quando solicitada devido a acidentes no pavimento.

2.5 Parâmetros de Suspensão e Alinhamento

Neste tópico serão abordados parâmetros de suspensão e alinhamento importantes para a análise da dinâmica do modelo proposto.

2.5.1 Bitola

A bitola de um veículo, representada pela letra t , é a distância entre das linhas verticais imaginárias que cortam o centro de cada pneu, ilustrada na **Figura 8**. A bitola deve ter dimensão coerente com a distância entre eixos do veículo para promover boa estabilidade e equilíbrio dinâmico, boa distribuição de peso e melhor disposição de espaço interno.

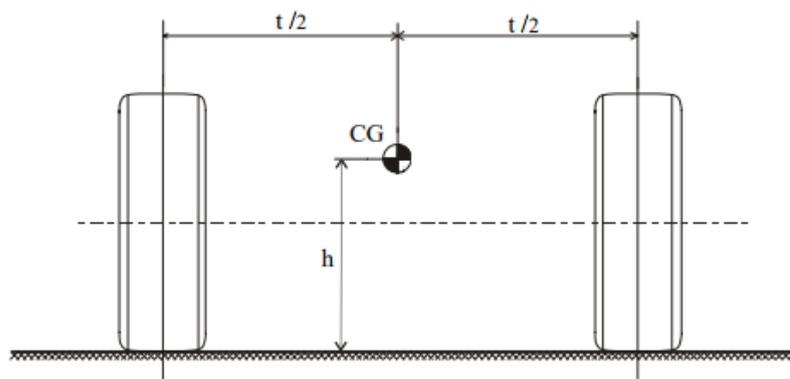


Figura 8: Comprimento médio da bitola de um automóvel (Adaptado de Leal, Rosa e Nicolazzi, 2012, p. 78)

2.5.2 Centro de Rolamento

O centro de rolamento **Figura 9** é um parâmetro geométrico importante para o estudo da transferência lateral de carga em suspensões independentes. O ponto de partida é a determinação do centro instantâneo de rolamento da suspensão, conforme Leal, Rosa e

Nicolazzi (2012): “Ele é o único ponto de um plano vertical que passa pelo centro do eixo que, num determinado momento, permanece sem movimento. É, portanto, o ponto situado no meio do carro (visto de frente) e no meio do eixo (visto de lado) em torno do qual a carroceria começa a girar quando submetida a uma força lateral. Nele atua a parcela correspondente dessa força.”

O método para determinação do centro de rolamento consiste em:

- 1) Encontrar o ponto virtual de reação das articulações da suspensão;
- 2) Traçar uma linha entre o ponto de contato do pneu com o solo, na linha imaginária que passa no centro do pneu, até o ponto virtual da reação da articulação do eixo oposto.
- 3) O ponto em que o prolongamento destas linhas se encontram, na linha imaginária que passa pelo centro do carro visto de frente, é considerado o eixo de rolamento.

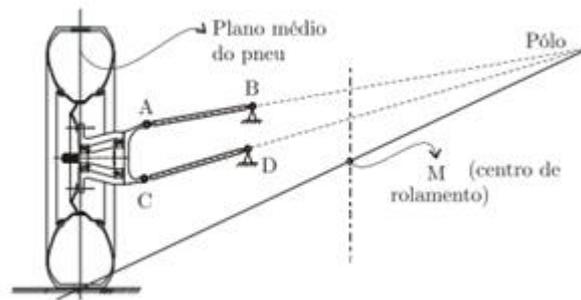


Figura 9: Representação do centro de rolamento de uma suspensão independente de braços transversais. (Adaptado de Leal, Nicolazzi e Rosa, 2012)

A altura do centro de gravidade (CG), mostrada na **Figura 8**, pode ser definida como a distância entre o centro de gravidade da massa suspensa até o centro de rolamento do veículo, na direção vertical.

2.5.3 Caster

Caster é o ângulo formado entre a coluna de suspensão e a linha vertical imaginária que passa pelo centro do pneu. Este ângulo, ilustrado na **Figura 10**, pode ser neutro, quando a coluna de suspensão for perpendicular ao pavimento; positivo, quando o prolongamento da linha do eixo de suspensão estiver à frente do ponto de contato do pneu dianteiro com o solo; ou negativo, quando o ponto de contato do pneu dianteiro com o solo estiver à frente do prolongamento da linha do eixo de suspensão.

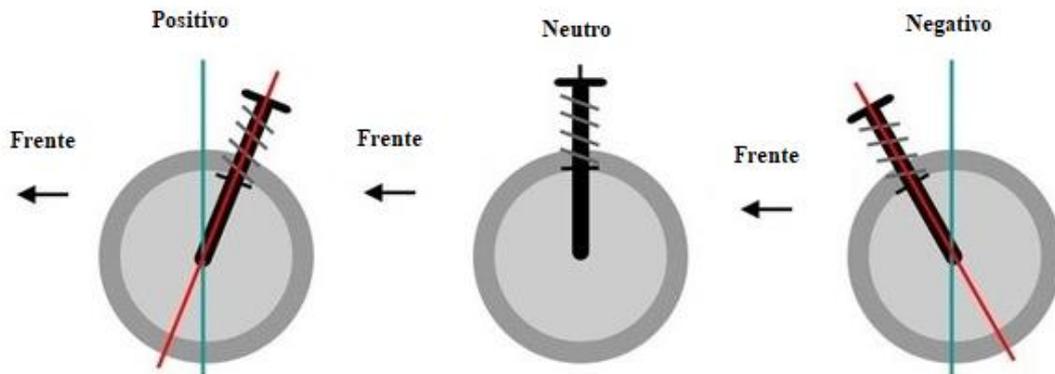


Figura 10: Representação do caster.

2.5.4 Camber

O camber, ou a cambagem, é o ângulo de inclinação entre o plano vertical e o plano do pneu. O ângulo de cambagem pode ser nulo, negativo ou positivo: nulo, quando o plano vertical é coincidente com o plano do pneu; positivo, quando a parte superior das rodas estão mais próximas em relação a parte inferior; e negativo, que ao contrário do ângulo positivo, apresenta a parte inferior das rodas mais próximas do que na parte superior, conforme demonstrado na **Figura 11**.



Figura 11: Representação dos tipos de ângulo de camber.

Capítulo 3

3. Modelagem Numérica

Serão considerados dezesseis graus de liberdade. Com o auxílio do Programa MATLAB serão analisadas a guinada do veículo articulado e o deslocamento lateral, o rolamento da carroceria e o rolamento da carreta reboque.

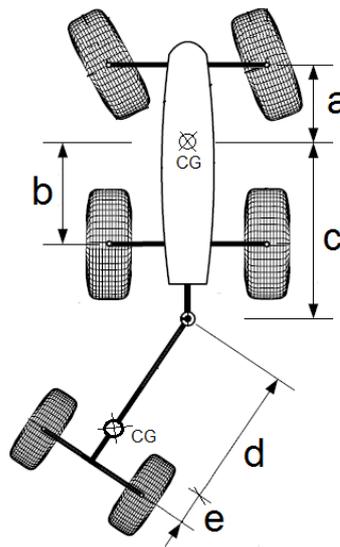


Figura 12- Carreta acoplada ao Reboque cotadas

3.1.1 Sistemas de Coordenadas

Os movimentos do veículo são definidos pela convenção da “*Society of Automotive Engineers*” (SAE) tendo referência a um sistema de coordenadas ortogonais fixa ao centro de gravidade do veículo, demonstrados na Figura 12. E as coordenadas definidas pela convenção são:

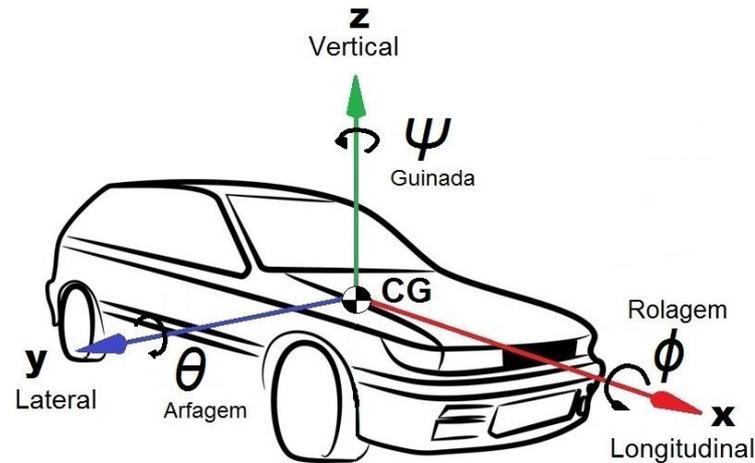


Figura 13: Representação do sistema de coordenadas locais em um veículo.

x – para frente no plano de simetria longitudinal

y – lateral para o lado direito do veículo

z – vertical para baixo em relação ao veículo (*bounce*)

ϕ – rotação da carroceria em torno do eixo x , ângulo de rolamento

θ – rotação da carroceria em torno do eixo y , ângulo de arfagem

ψ – rotação da carroceria em torno do eixo z , ângulo de guinada

A dinâmica longitudinal analisa o comportamento veicular na direção do eixo x . Estuda pontos sobre aceleração e frenagem. O momento desenvolvido é conhecido como rolagem (*roll*).

Já a dinâmica vertical trata do conforto dos ocupantes do veículo. Considera o desempenho em relação as excitações de base relacionadas ao estudo de vibrações. Apresenta movimento de rotação em torno do eixo x e y . O momento desenvolvido em torno de z é a guinada (*yaw*).

Por fim, a dinâmica lateral, objeto deste estudo, estuda os aspectos da dirigibilidade, estabilidade e controle do automóvel. Segundo Wong (2001), em virtude do esterçamento do volante, durante uma curva, o veículo reagirá com movimentos de translação ao longo do eixo y , e rotação ao longo dos eixos x e z .

3.2 Sistema Acoplado

Procurando interpretar o desempenho dinâmico do reboque durante a manobra, deve-se levar em conta que o mesmo é tracionado pelo veículo motor por acoplamento. Os dois

modelos construídos são ligados por meio de um engate que terá uma força variável em função das excitações provocadas.

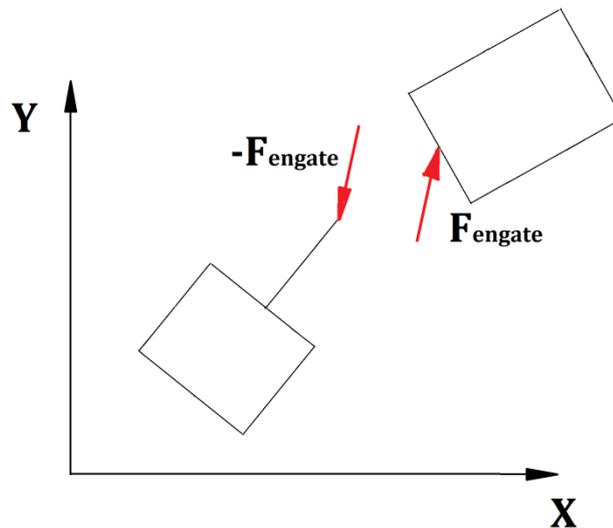


Figura 14- Reações no acoplamento

Sendo assim, é possível observar as atuações dos deslocamentos e ângulos de arfagem, guinada e rolagem dos veículos com melhor eficácia, pois o comportamento de um modelo impacta essencialmente no outro acoplado.

O engate é a única e exclusiva fonte de conexão entre o carro e o reboque. É necessário tratar o engate como uma mola aparente para a junção dos segmentos, com alta rigidez capaz de gerar uma deformação nesta união. Desejando não afetar o comportamento das reações dos componentes do sistema, deve-se levar em conta que é necessário que a deformação seja a menor possível, por isso fez-se fundamental considerar uma mola fictícia.

Para o Ponto de engate temos as posições globais tais quais:

$$F_X = K (X_{RC} - X_{RR}) + C (V_{XRC} - V_{XRR}) \quad (3.1)$$

$$F_Y = K (Y_{RC} - Y_{RR}) + C (V_{YRC} - V_{YRR}) \quad (3.2)$$

$$F_Z = K (Z_{RC} - Z_{RR}) + C (V_{ZRC} - V_{ZRR}) \quad (3.3)$$

Com os pontos R_C do carro definidos como:

$$X_{RC} = X_{cg} - c \cdot \cos(\psi_c) \quad (3.4)$$

$$Y_{RC} = Y_{cg} - c \cdot \text{sen} (\psi_c) \quad (3.5)$$

Analogamente para o reboque o ponto R_R :

$$X_{RR} = X_{cgr} + d \cdot \text{cos} (\psi_r) \quad (3.6)$$

$$Y_{RR} = Y_{cgr} + d \cdot \text{sen} (\psi_r) \quad (3.7)$$

No eixo Z:

$$Z_{RC} = Z + d \cdot \theta_R \quad (3.8)$$

$$Z_{RR} = Z + c \cdot \theta_c \quad (3.9)$$

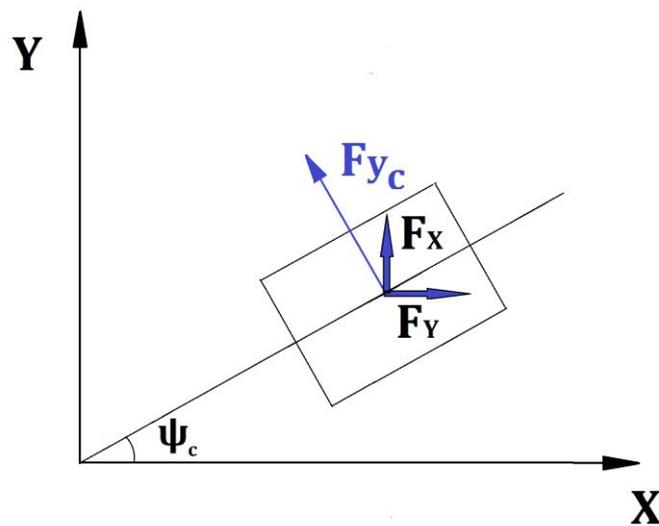


Figura 15- Sistemas de Coordenadas globais com o veículo motor

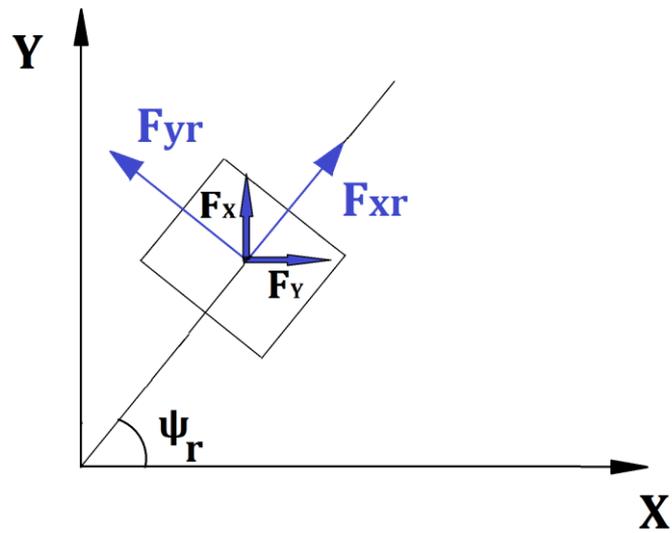


Figura 16- Sistemas de coordenadas globais com o reboque

E as posições locais conforme **Figura 15** e **Figura 16**:

$$F_{yc} = F_x \cdot \text{sen}(\psi_c) - F_y \cdot \text{cos}(\psi_c) \quad (3.10)$$

$$F_{xr} = F_x \cdot \text{cos}(\psi_r) + F_y \cdot \text{sen}(\psi_r) \quad (3.11)$$

$$F_{yr} = F_y \cdot \text{cos}(\psi_r) - F_x \cdot \text{sen}(\psi_r) \quad (3.12)$$

3.3 Dinâmica Lateral em Regime Transiente

Nesse tópico é analisado o estudo dos modelos no regime transiente, o que pode causar a instabilidade no sistema devido a variação do ângulo de esterçamento.

3.3.1 Equação do Movimento

Para derivar as equações de movimento, foi utilizado um modelo de 4 graus de liberdade (GDL). O modelo trata da variação de guinada (ψ), responsável pela rotação, e da variação do deslocamento lateral (y), translação.

Tabela 1- Parâmetros Carro e Reboque

Parâmetros Carro			
Símbolo		Valor	Unidade
M	Massa Total	1.380	[kg]
a	CG em relação ao Eixo Dianteiro	1.04	[m]
b	CG em relação ao Eixo Traseiro	1,56	[m]
c	CG ao ponto de engate	2,56	[m]
I_z	Momento de Inercia em Z	2500	[Kg.m ²]
Pneu			
Símbolo		Valor	Unidade
C_{sd}	Coeficiente de Curvatura Dianteira	10	[rad]
C_{st}	Coeficiente de Curvatura Traseira	10	[rad]

Parâmetros reboque			
Símbolo		Valor	Unidade
M_r	Massa Total	500	[kg]
d	CG ao ponto de engate	2,00	[m]
e	CG em relação ao Eixo	0,13	[m]
I_{rz}	Momento de Inercia em Z	900	[Kg.m ²]
Pneu			
Símbolo		Valor	Unidade
C_{sr}	Coeficiente de curvatura	10	[rad]

Diagrama do corpo livre:

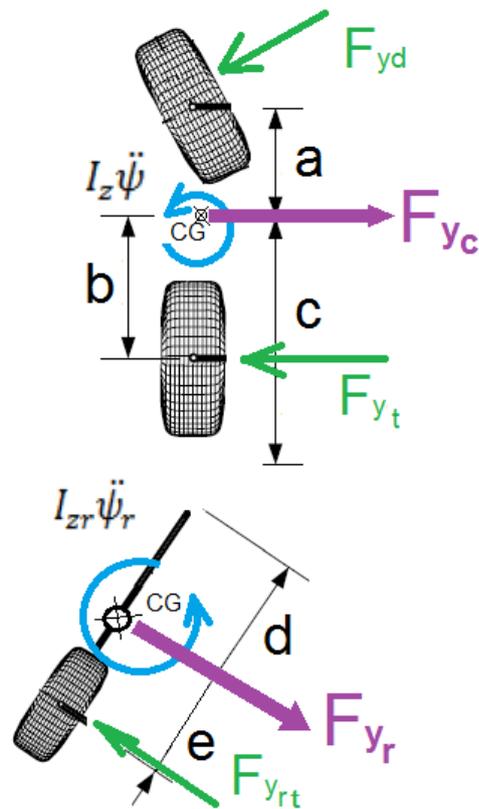


Figura 17- Diagrama de Corpo Livre Lateral (modelo de bicicleta)

Carro:

$$\ddot{y}_c = - \left(\frac{C_0}{M \cdot V} \right) \dot{y}_c + \left(V + \frac{C_1}{M \cdot V} \right) \psi_c + \left(\frac{2 \cdot C_{ad}}{M} \right) \delta + \frac{F_{yc}}{M} \quad (3.13)$$

$$\ddot{\psi}_c = - \left(\frac{C_1}{I_z \cdot V} \right) \dot{y}_c + \left(\frac{C_2}{I_z \cdot V} \right) \dot{\psi}_c + \left(\frac{2 \cdot a \cdot C_{ad}}{I_z} \right) \delta + \frac{F_{yc}}{I_z} \cdot (c) \quad (3.14)$$

Reboque:

$$\ddot{y}_r = - \left(\frac{C_{0r}}{M_r \cdot V_r} \right) \dot{y}_r + \left(V_r + \frac{C_{1r}}{M_r \cdot V_r} \right) \psi_r + \frac{F_{yr}}{M_r} \quad (3.15)$$

$$\ddot{\psi}_r = - \left(\frac{C_{1r}}{I_{zr} \cdot V_r} \right) \dot{y}_r + \left(\frac{C_2}{I_z \cdot V_r} \right) \dot{\psi}_c + \frac{F_{yr}}{I_z} \cdot (d) \quad (3.16)$$

3.3.2 Análise do Modelo

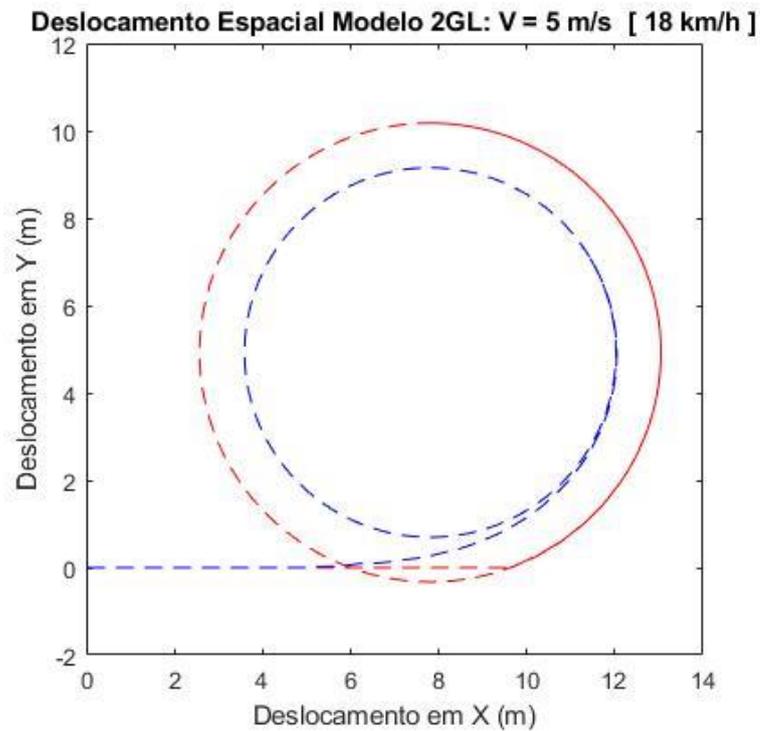


Figura 18- Deslocamento espacial Lateral

O modelo da **Figura 18** é válido e se mantém fiel ao exposto por Genta (2009). O gráfico foi gerado com mais de 15 segundos para que a volta toda fosse completa conforme na **Figura 19**

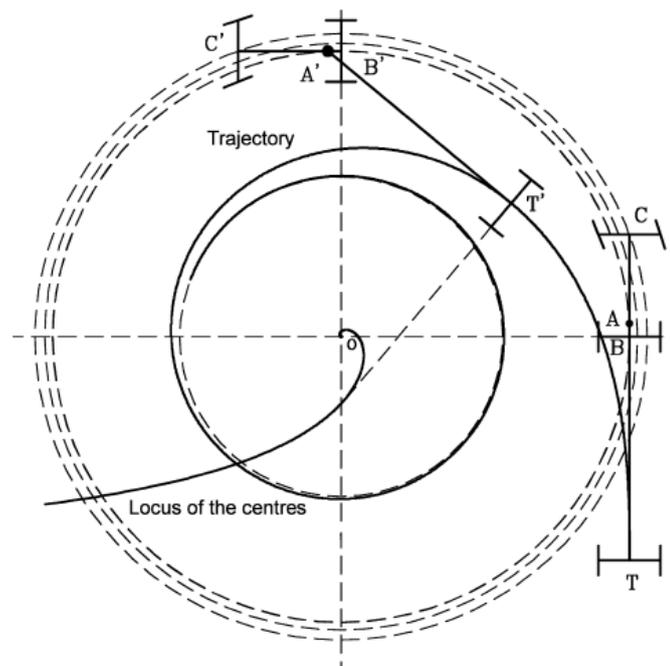


Figura 19- Movimento descrito pelo veículo e o reboque (Genta 2009)

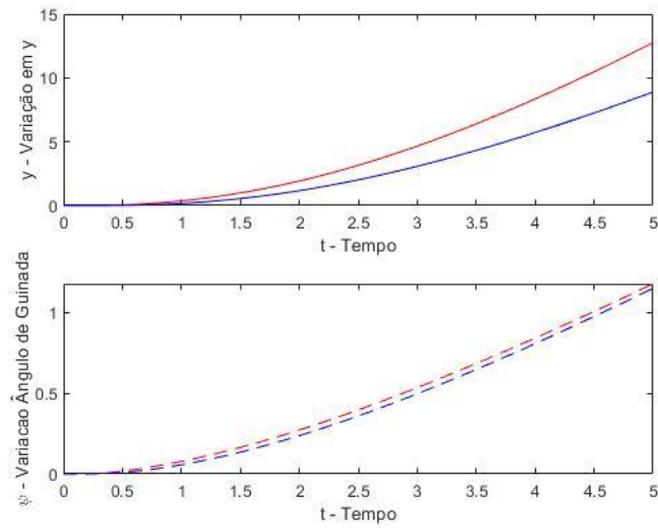


Figura 20- Variação em y e Variação de Guinada Carro (vermelho) e Reboque (azul)

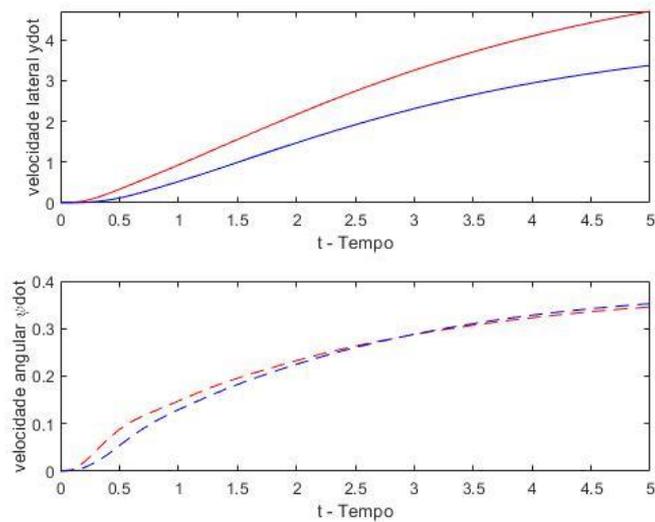


Figura 21- Velocidade angular e lateral dos modelos

O sentido de ψ se mantém constante em ambos os modelos, porém em se tratando de variação em y_r e sua velocidade lateral são nulas após a estabilidade, devido ao não esterçamento das rodas do reboque, sendo assim. Sem δ_r e variação de y_r .

3.4 Atuação da Suspensão

Após obter as características primárias do veículo com o modelo no plano xy, os movimentos a serem adicionados são o “Bump” que produz o movimento de arfagem em que uma das rodas é levantada ao atravessar um obstáculo, e “Heave” quando há um movimento vertical da massa suspensa sem arfagem ou rolagem, e ambos devem ser determinados. Para isto, foi necessário apresentar um modelo de 12 graus de liberdade.

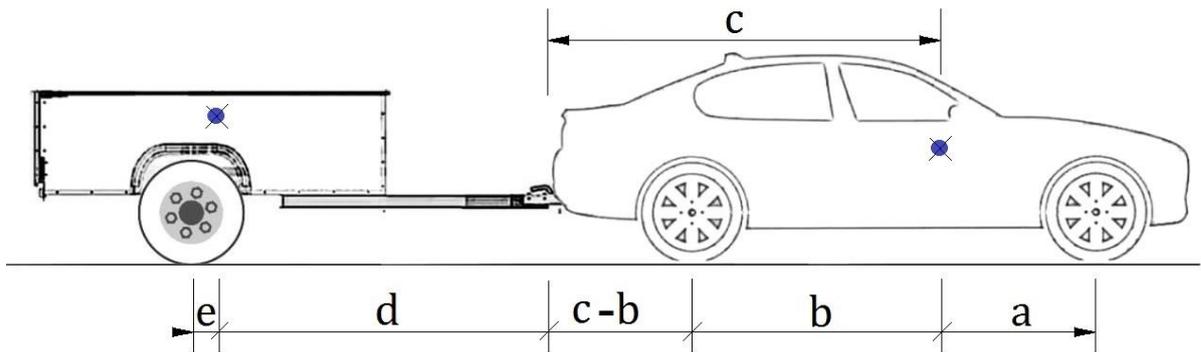


Figura 22- Modelo cotado

Para estabelecer alguns dos parâmetros deste modelo, é necessário saber que os veículos de passeio em sua quase totalidade usam motores na frente do motorista, que a relação da distribuição de peso seja maior no eixo dianteiro. A proporção será (60:40) (%dianteira/traseira), ou seja, 720 kg da massa suspensa estão atuando no eixo dianteiro, enquanto 480 kg no traseiro, simulando um carro do dia a dia.

Foi necessária a utilização de um dos critérios de Olley para obter os parâmetros do estudo. O autor diz que a rigidez da suspensão dianteira deve ser 30% menor que é traseira, usaremos o primeiro valor como sendo $K_t = 20.000 \text{ N/m}$ e a rigidez dos pneus 10x a das respectivas rodas e então,

$$K_d = 0,7 \cdot 20.000 = 14.000 \text{ N/m}$$

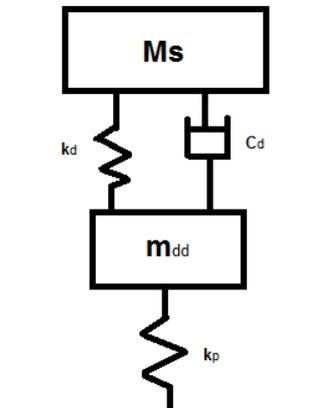


Figura 23- modelo de 1/4

E, então, o modelo da **Figura 23-** modelo de 1/4 foi aplicado para as rodas dianteiras e traseiras. O modelo de 1/4 é utilizado apenas para obter os parâmetros do estudo, pois se trata de um modelo com apenas 2 graus de liberdade.

Segundo Gillespie (1998) para um o conforto dos ocupantes do veículos é necessário que a relação de amortecimento (ζ_s) esteja entre 0,2 a 0,4. Uma razão amortecimento de 40% é o mais utilizado em veículos, uma vez que não provocam tanta oscilação como nos amortecimentos menores, e tampouco provocam altas cargas na estrutura em se tratando de maiores oscilações.

Tabela 2- Parâmetros

Parâmetros Carro			
Símbolo		Valor	Unidade
M	Massa Total	1.380	[kg]
M_s	Massa suspensa	1.200	[kg]
a	CG em relação ao Eixo Dianteiro	1.04	[m]
b	CG em relação ao Eixo Traseiro	1,56	[m]
c	CG em relação ao ponto de engate	2,56	[m]
h	Altura CG	1	[m]
L	Entre eixos (a+b)	2,6	[m]
l	Distância CG aos lados do reboque (simétricos)	0,9	[m]
T	Bitola	0,9	[m]
I_x	Momento de Inércia em X	600	[Kg. m ²]
I_y	Momento de Inércia em Y	1600	[Kg. m ²]

Suspensão			
Símbolo		Valor	Unidade
m_{dd}	Massa não suspensa dianteira direita	54	[kg]
m_{de}	Massa não suspensa dianteira esquerda	54	[kg]
m_{td}	Massa não suspensa traseira direita	36	[kg]
m_{te}	Massa não suspensa traseira esquerda	36	[kg]
C_d	Constante de amortecimento Dianteiro	1.796	[N.s/m]
C_t	Constante de amortecimento traseiro	1.752,7	[N.s/m]
K_d	Constante elástica Dianteira (Rigidez das molas)	14.000	[N/m]
K_t	Constante elástica Traseira (Rigidez das molas)	20.000	[N/m]
Pneu			
Símbolo		Valor	Unidade
K_{pd}	Constante Elástica Dianteira (Rigidez dos pneus)	140.000	[N/m]
K_{pt}	Constante Elástica Traseira (Rigidez dos pneus)	200.000	[N/m]

Parâmetros reboque			
Símbolo		Valor	Unidade
M_r	Massa Total	500	[kg]
M_{rs}	Massa suspensa	420	[kg]
l_r	Distância CG aos lados do reboque (simétricos)	0,6	[m]
T_r	Bitola	1,2	[m]
d	CG ao ponto de engate	2,0	[m]
e	CG em relação ao Eixo	0,13	[m]
h_r	Altura CG	0,8	[m]
I_{rx}	Momento de Inercia em X	280	[Kg.m ²]
I_{ry}	Momento de Inercia em Y	400	[Kg.m ²]
Suspensão			
Símbolo		Valor	Unidade
m_{rd}	Massa não suspensa	40	[kg]
m_{re}	Massa não suspensa	40	[kg]
C_r	Constante de amortecimento traseiro	2.000	[N.s/m]
K_r	Constante elástica Traseira (Rigidez das molas)	20.000	[N/m]
Pneu			
Símbolo		Valor	Unidade
C_{rp}	Constante de Amortecimento	20.000	[N.s/m]
K_{rp}	Constante Elástica (Rigidez dos pneus)	200.000	[N/m]

$$\zeta_s = \frac{C_d}{\sqrt{4 \cdot k_d \cdot M_s}} \quad (3.17)$$

Substituindo os valores:

$$C_d = 2 \cdot 0,4 \sqrt{14.000 \cdot 360}$$

$$C_d = 1.796 \text{ N.s/m} \quad (3.18)$$

Para o coeficiente de amortecimento traseiro:

$$\zeta_s = \frac{C_t}{\sqrt{4 \cdot k_t \cdot M_s}} \quad (3.19)$$

Substituindo os valores:

$$C_t = 2 \cdot 0,4 \sqrt{20.000 \cdot 240}$$

$$C_t = 1.752 \text{ N.s/m} \quad (3.20)$$

Assim, temos o carro com condições iguais as dos carros de passeio, contemplando com maior clareza e realidade os testes.

3.4.1 Equações de Movimento da Dinâmica vertical

Neste tópico, com o objetivo de dar continuidade a proposta, foi necessária a introdução do estudo da transferência de carga e constatar as reações dos pneus, visto que influencia na dinâmica lateral. Para isso, foi criado um modelo com 12 graus de liberdade tais quais:

Carro:

- Deslocamento da massa suspensa (M_s) em Z
- Deslocamento da massa não suspensa (m_{dd}) em Z
- Deslocamento da massa não suspensa (m_{de}) em Z
- Deslocamento da massa não suspensa (m_{td}) em Z
- Deslocamento da massa não suspensa (m_{te}) em Z
- Rotação da massa suspensa (M_s) em θ

- Rotação da massa suspensa (M_s) em ϕ

Reboque:

- Deslocamento da massa suspensa (M_{rs}) em Z
- Deslocamento da massa não-suspensa (m_{rd}) em Z
- Deslocamento da massa não-suspensa (m_{re}) em Z
- Rotação da massa suspensa (M_{rs}) em θ
- Rotação da massa suspensa (M_{rs}) em ϕ

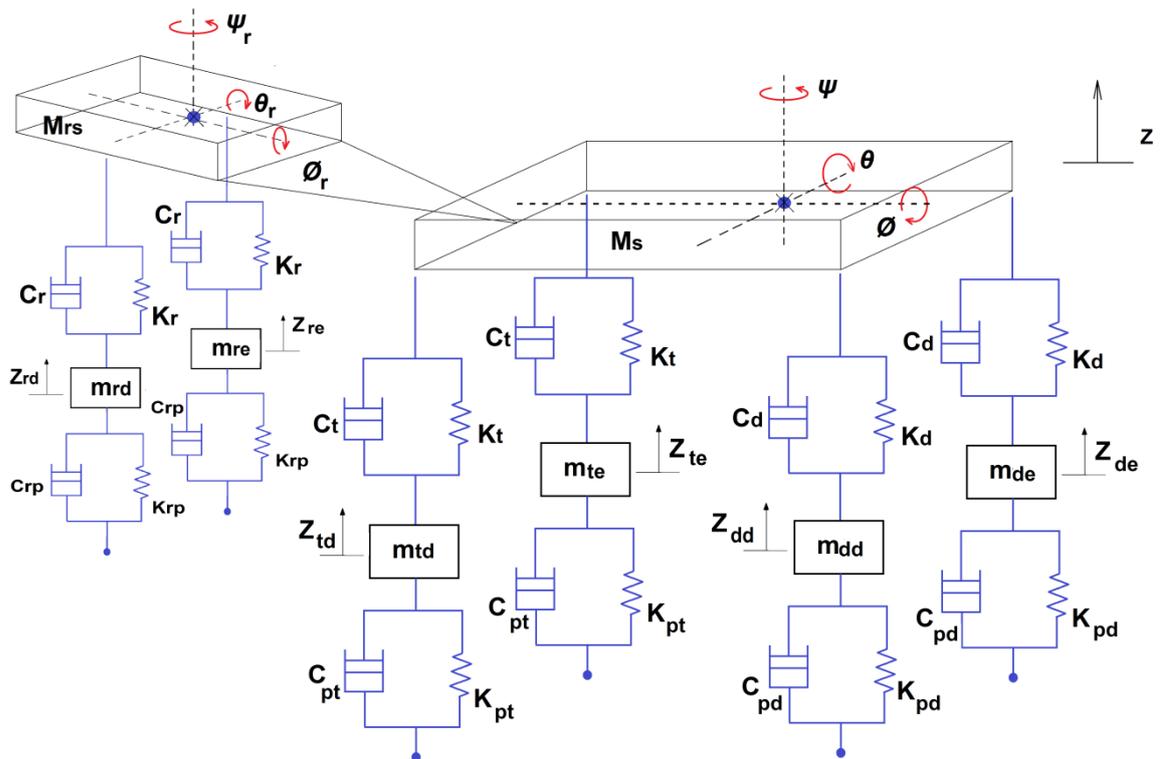


Figura 24- Modelo com 12 graus de liberdade

Carro:

As equações de movimento:

$$\ddot{z} = \frac{1}{M_s} \sum F_z$$

$$\ddot{\theta} = \frac{1}{I_y} \sum M_y$$

$$\ddot{\phi} = \frac{1}{I_x} \sum M_y$$

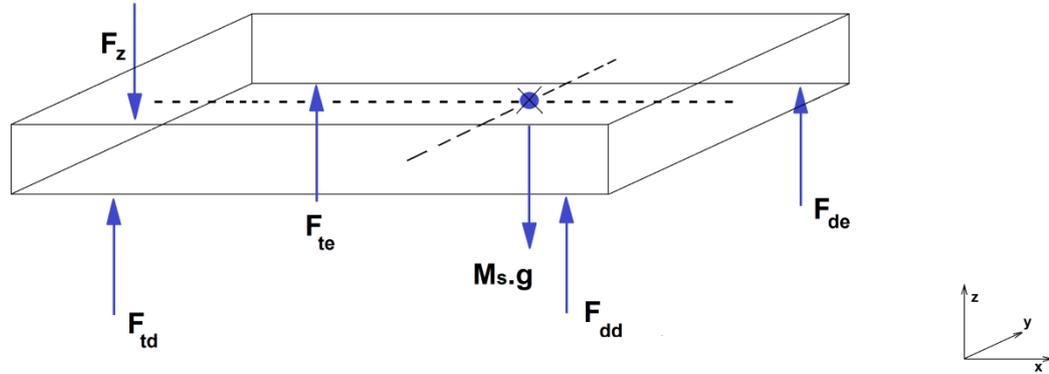


Figura 25- Diagrama do Corpo Livre Massa Suspensa

$$\begin{aligned} \ddot{z} = \frac{1}{M_s} [& (-C_d - C_d - C_t - C_t)\dot{z} + (C_da + C_da - C_tb - C_tb)\dot{\theta} \\ & + (-C_d l_d + C_d l_e - C_t l_d - C_t l_e)\dot{\phi} + C_d \dot{z}_{dd} + C_d \dot{z}_{de} \\ & + C_t \dot{z}_{td} + C_t \dot{z}_{te} + (-K_d - K_d - K_t - K_t)z \\ & + (K_da + K_da - K_tb - K_tb)\theta \\ & + (-K_d l_d + K_d l_e - K_t l_d - K_t l_e)\phi + K_d z_{dd} + K_d z_{de} \\ & + K_t z_{td} + K_t z_{te} - Mg - F_z] \end{aligned} \quad (3.21)$$

$$\begin{aligned} \ddot{\theta} = \frac{1}{I_y} [& (C_da + C_da - C_tb - C_tb)\dot{z} + (-C_da^2 - C_da^2 - C_tb^2 - C_tb^2)\dot{\theta} \\ & + (C_d l_d a - C_d l_e a - C_t l_d b + C_t l_e b)\dot{\phi} - C_d a \dot{z}_{dd} \\ & - C_d a \dot{z}_{de} + C_t a \dot{z}_{td} + C_t a \dot{z}_{te} \\ & + (K_da + K_da - K_tb - K_tb)z \\ & + (-K_da^2 - K_da^2 - K_tb^2 - K_tb^2)\theta \\ & + (K_d l_d a - K_d l_e a - K_t l_d b + K_t l_e b)\phi - K_d a z_{dd} \\ & - K_d a z_{de} + K_t a z_{td} + K_t a z_{te} + F_z(c)] \end{aligned} \quad (3.22)$$

$$\begin{aligned}
\ddot{\phi} = \frac{1}{I_x} [& (-C_d l_d + C_d l_e - C_t l_d + C_t l_e) \dot{z} \\
& + (C_d l_d a - C_d l_e a - C_t l_d b + C_t l_e b) \dot{\theta} \\
& + (-C_d a^2 - C_d a^2 - C_t b^2 - C_t b^2) \dot{\phi} + C_d l_d \dot{z}_{dd} \\
& - C_d l_e \dot{z}_{de} + C_t l_d \dot{z}_{td} + C_t l_e \dot{z}_{te} \\
& + (-K_d l_d + K_d l_e - K_t l_d + K_t l_e) z \\
& + (K_d l_d a - K_d l_e a - K_t l_d b + K_t l_e b) \theta \\
& + (-K_d a^2 - K_d a^2 - K_t b^2 - K_t b^2) \phi + K_d l_d z_{dd} \\
& - K_d l_e z_{de} + K_t l_d z_{td} + K_t l_e z_{te}]
\end{aligned} \tag{3.23}$$

Massa não suspensa:

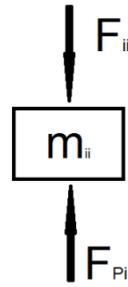


Figura 26- Diagrama de Corpo Livre da Massa não suspensa

$$\begin{aligned}
\ddot{z}_{dd} = \frac{1}{m_{dd}} \cdot [& +C_d \cdot \dot{z} - C_d \cdot a \cdot \dot{\theta} + C_d \cdot l_d \cdot \dot{\phi} + (-C_d \dot{-} C_{pd}) \cdot \dot{z}_{dd} + K_d \\
& \cdot z - K_d \cdot a \cdot \theta + K_d \cdot l_d \cdot \phi + (-K_d \dot{-} K_{pd}) \cdot z_{dd} - m_{dd} \\
& \cdot g]
\end{aligned} \tag{3.24}$$

$$\begin{aligned}
\ddot{z}_{de} = \frac{1}{m_{de}} \cdot [& +C_d \cdot \dot{z} - C_d \cdot a \cdot \dot{\theta} - C_d \cdot l_d \cdot \dot{\phi} + (-C_d \dot{-} C_{pd}) \cdot \dot{z}_{de} + K_d \cdot z \\
& - K_d \cdot a \cdot \theta - K_d \cdot l_d \cdot \phi + (-K_d \dot{-} K_{pd}) \cdot z_{de} - m_{de} \cdot g]
\end{aligned} \tag{3.25}$$

$$\ddot{z}_{td} = \frac{1}{m_{td}} \cdot \left[+C_t \cdot \dot{z} + C_t \cdot b \cdot \dot{\theta} + C_t \cdot l_d \cdot \dot{\phi} + (-C_t - C_{pt}) \cdot \dot{z}_{td} + K_t \cdot z \right. \\ \left. + K_t \cdot b \cdot \theta + K_t \cdot l_d \cdot \phi + (-K_t - K_{pt}) \cdot z_{td} - m_{td} \cdot g \right] \quad (3.26)$$

$$\ddot{z}_{te} = \frac{1}{m_{te}} \cdot \left[+C_t \cdot \dot{z} + C_t \cdot b \cdot \dot{\theta} - C_t \cdot l_e \cdot \dot{\phi} + (-C_t - C_{pt}) \cdot \dot{z}_{te} + K_t \cdot z \right. \\ \left. + K_t \cdot b \cdot \theta - K_t \cdot l_e \cdot \phi + (-K_t - K_{pt}) \cdot z_{te} - m_{te} \cdot g \right] \quad (3.27)$$

Reboque:

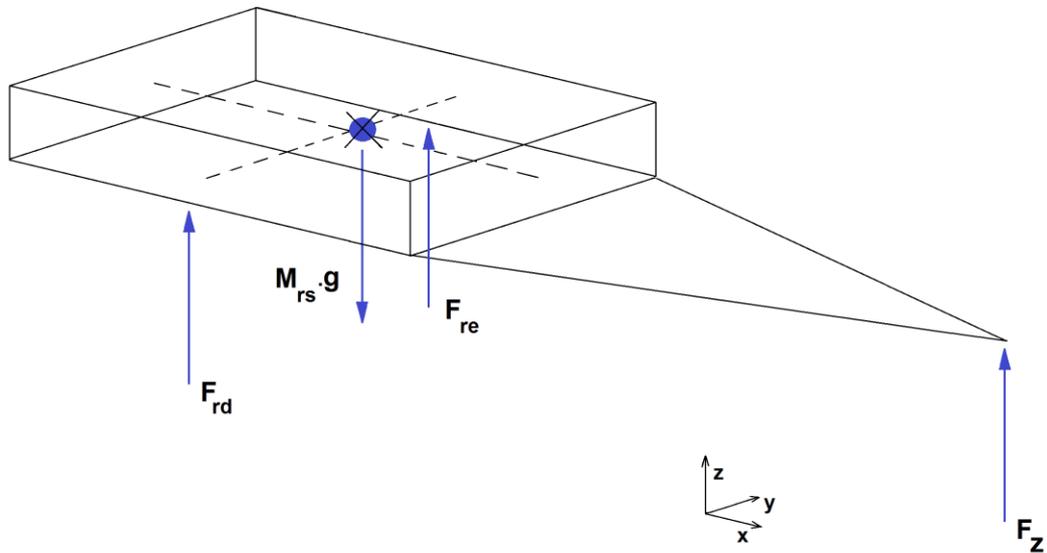


Figura 27- Diagrama do Corpo Livre Massa Suspensa do Reboque

$$\ddot{z} = \frac{1}{M_{rs}} \cdot \left[(-C_r - C_r) \dot{z} + (-C_r e - C_r e) \dot{\theta} + (C_r l_r - C_r l_r) \dot{\phi} + C_r z_{rd} \right. \\ \left. + C_r z_{re} + (-K_r - K_r) z + (-K_r e - K_t e) \theta \right. \\ \left. + (K_r l_r - K_r l_r) \phi + K_r z_{rd} + K_r z_{re} - M_{rs} g + F_z \right] \quad (3.28)$$

$$\begin{aligned} \ddot{\theta} = \frac{1}{I_{ry}} \cdot [& (-C_r e - C_r e) \dot{z} + (-C_r e^2 - C_r e^2) \dot{\theta} + (C_r l_r e - C_r l_r e) \dot{\phi} \\ & + C_r e \dot{z}_{rd} + C_r e \dot{z}_{re} + (-K_r e - K_r e) z \\ & + (-K_r e^2 - K_t e^2) \theta + (K_r l_r e - K_r l_r e) \phi + K_r e z_{rd} \\ & + K_r e z_{re} - F_z d] \end{aligned} \quad (3.29)$$

$$\begin{aligned} \ddot{\phi} = \frac{1}{I_{rx}} \cdot [& (C_r l_r - C_r l_r) \dot{z} + (C_r l_r e - C_r l_r e) \dot{\theta} + (-C_r l_r^2 - C_r l_r^2) \dot{\phi} \\ & - C_r e \dot{z}_{rd} + C_r e \dot{z}_{re} + (K_r l_r - K_r l_r) z + (K_r l_r e - K_r l_r e) \theta \\ & + (-K_r l_r^2 - K_r l_r^2) \phi - K_r e z_{rd} + K_r e z_{re}] \end{aligned} \quad (3.30)$$

$$\begin{aligned} \ddot{z}_{te} = \frac{1}{m_{te}} \cdot [& +C_t \cdot \dot{z} + C_t \cdot b \cdot \dot{\theta} - C_t \cdot l_e \cdot \dot{\phi} + (-C_t - C_{pt}) \cdot \dot{z}_{te} + K_t \cdot z \\ & + K_t \cdot b \cdot \theta - K_t \cdot l_e \cdot \phi + (-K_t - K_{pt}) \cdot z_{te} - m_{te} \cdot g] \end{aligned} \quad (3.31)$$

Massa não suspensa:

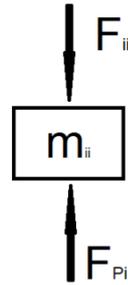


Figura 28- Diagrama do Corpo Livre Massa não suspensa

$$\begin{aligned} \ddot{z}_{rd} = \frac{1}{m_{rd}} \cdot [& (C_r) \dot{z} + (C_r e) \dot{\theta} + (-C_r l_r) \dot{\phi} + (-C_r - C_{rp}) \dot{z}_{rd} + (K_r) z \\ & + (K_r e) \theta + (-K_r l_r) \phi - K_r z_{rd} - m_{rd} g] \end{aligned} \quad (3.32)$$

$$\begin{aligned} \ddot{z}_{re} = \frac{1}{m_{re}} \cdot [& (C_r) \dot{z} + (C_r e) \dot{\theta} + (+C_r l_r) \dot{\phi} + (-C_r - C_{rp}) \dot{z}_{re} + (K_r) z \\ & + (K_r e) \theta + (K_r l_r) \phi - K_r z_{re} - m_{re} g] \end{aligned} \quad (3.33)$$

3.4.2 Análise do Modelo Vertical

Sob a ação dos próprios pesos os modelos foram analisados, sem nenhum tipo de forçamento, resultando nos gráficos a seguir:

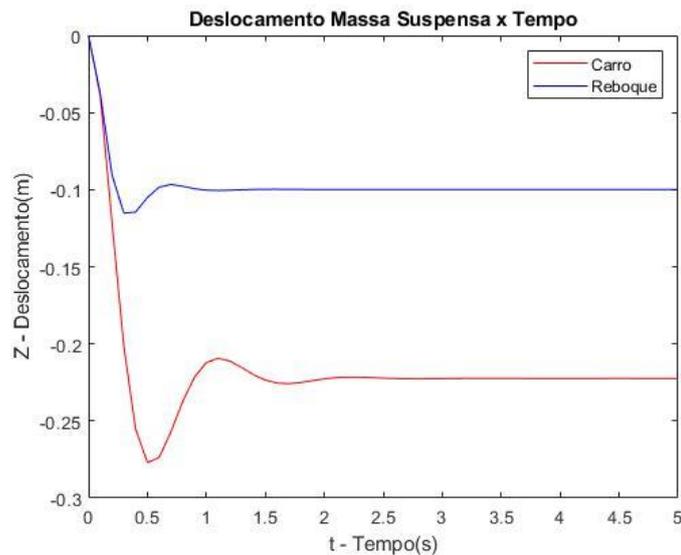


Figura 29- Deslocamento das Massas Suspensas.

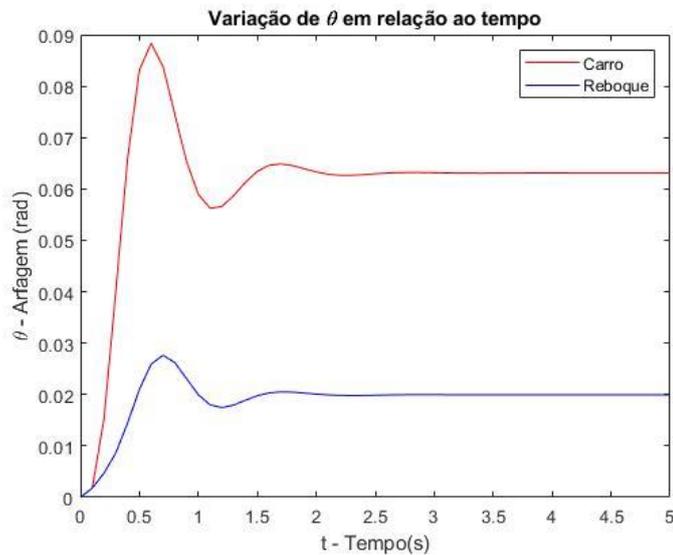


Figura 30- Variações das arfagens com o tempo

Os modelos são estabilizados logo após o movimento inicial transiente. A estabilidade se deve ao fato de não haver nenhum forçamento além dos pesos do veículo. No movimento de arfagem, temos ela sendo positiva para ambos devido ao centro de gravidade se concentrar na parte frontal, simulando carros reais com seus motores dianteiros e, no caso do reboque, o peso estar entre o eixo e o início da caçamba para gerar maior estabilidade.



Figura 31- Movimento de rolagem

Como era esperado, não há variação do rolamento com o tempo, pois o modelo ainda atua sem transferências de cargas.

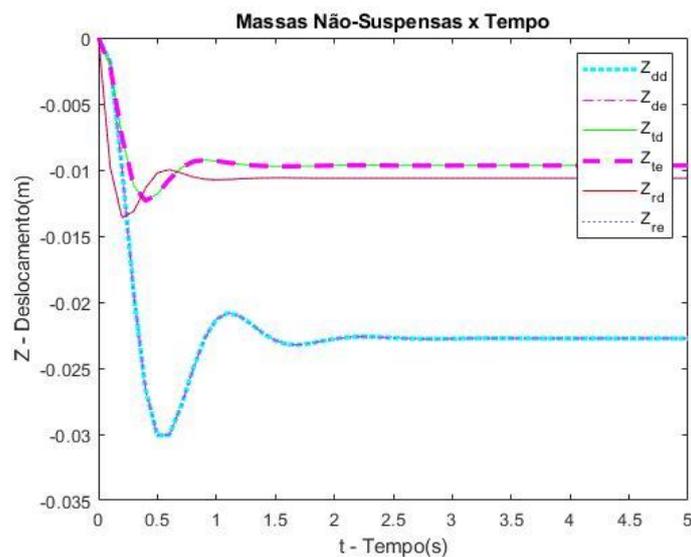


Figura 32- Deslocamento das Massas Não Suspensas

Pelo fato do veículo ser simétrico, enquanto não há a transferência de carga, só é possível a visualização de três reações. O fato é que há um maior deslocamento das rodas dianteiras, como pode ser visto nas figuras abaixo separadamente.

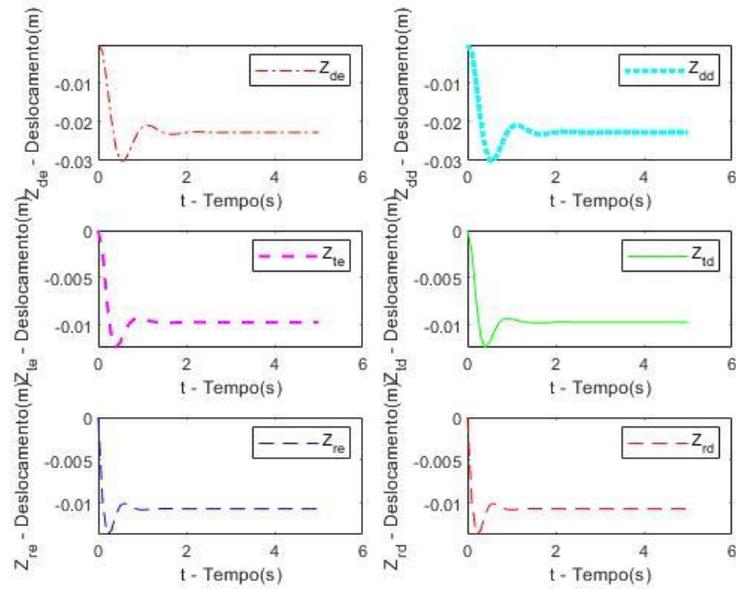


Figura 33- Deslocamentos das Massas Suspensas individuais

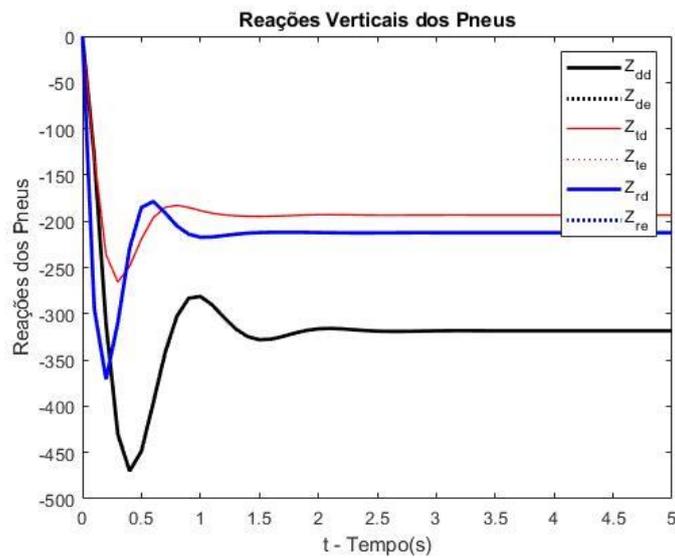


Figura 34- Reações verticais dos pneus

Assim como nos deslocamentos, as reações são devido aos seus pesos e se estabilizam após 2,4 segundos.

3.5 Transferência de Carga

O tópico abrange a influência da rolagem e a condição de tombamento do veículo. Devido a influência do ângulo de rolagem ϕ , responsável pela transferência de carga das rodas internas para as rodas externa numa curva, o acoplamento é necessário.

Uma análise das respostas obtidas com distintas condições de esterçamentos será realizada utilizando os dados da tabela anterior juntamente com a tabela abaixo.

O modelo será iniciado com esterçamento de 0,1rad e $V=5\text{m/s}$.

Parâmetros Carro			
Símbolo		Valor	Unidade
I_z	Momento de Inercia em Z	2500	[Kg.m ²]
Pneu			
Símbolo		Valor	Unidade
C_{sd}	Coeficiente de Curvatura Dianteira	10	[rad]
C_{st}	Coeficiente de Curvatura Traseira	10	[rad]

Parâmetros reboque			
Símbolo		Valor	Unidade
I_{rz}	Momento de Inercia em Z	900	[Kg.m ²]
Pneu			
Símbolo		Valor	Unidade
C_{rp}	Coeficiente de curvatura	10	[rad]

3.5.1 Atuação da Rolagem

A transferência da forma normal (F_n) das rodas internas (F_{ni}) para as rodas externas (F_{ne}) acontece em razão da aceleração centrífuga, pois ao agir no centro de massa do carro cria o movimento de rolagem.

Para tal, é fundamental observar, minuciosamente, as forças que atuam no centro de massa no modelo de transferência de carga.

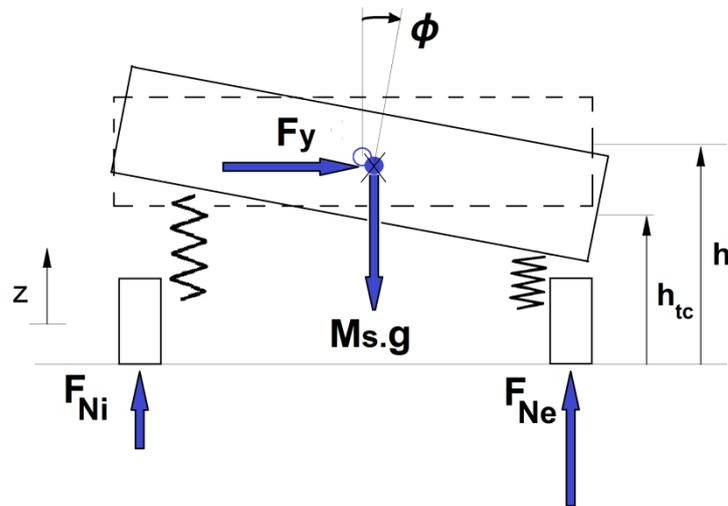


Figura 35- Modelo de Transferência de Carga

O momento gerado pela força lateral F_y é: $-M_s \cdot A_y \cdot h_{tc} \cdot \cos \phi$

O momento gerado pelo peso do carro é: $-M_s \cdot g \cdot h_{tc} \cdot \sin \phi$

Com os momentos definidos e considerando que $h_{tc} = h - z$, a função de forçamento produzido pela força centrífuga pode ser definida e é obtida pela suas somas:

$$M_\phi = (-M_s \cdot A_y \cdot h_{tc} \cdot \cos \phi) + (-M_s \cdot g \cdot h_{tc} \cdot \sin \phi) \quad (3.34)$$

$$M_{r\phi} = (-M_{rs} \cdot A_y \cdot h_{rtc} \cdot \cos \phi_r) + (-M_{rs} \cdot g \cdot h_{rtc} \cdot \sin \phi_r) \quad (3.35)$$

Que são adicionados nas equações (3.23) e (3.29), respectivamente:

$$\begin{aligned}
\ddot{\phi} = \frac{1}{I_x} [& (-C_d l_d + C_d l_e - C_t l_d + C_t l_e) \dot{z} \\
& + (C_d l_d a - C_d l_e a - C_t l_d b + C_t l_e b) \dot{\theta} \\
& + (-C_d a^2 - C_d a^2 - C_t b^2 - C_t b^2) \dot{\phi} + C_d l_d \dot{z}_{dd} - C_d l_e \dot{z}_{de} \\
& + C_t l_d \dot{z}_{td} + C_t l_e \dot{z}_{te} + (-K_d l_d + K_d l_e - K_t l_d + K_t l_e) z \\
& + (K_d l_d a - K_d l_e a - K_t l_d b + K_t l_e b) \theta \\
& + (-K_d a^2 - K_d a^2 - K_t b^2 - K_t b^2) \phi + K_d l_d z_{dd} \\
& - K_d l_e z_{de} + K_t l_d z_{td} + K_t l_e z_{te} + (-\mathbf{M}_s \cdot \mathbf{A}_y \cdot \mathbf{h}_{tc} \cdot \cos \phi) \\
& + (-\mathbf{M}_s \cdot \mathbf{g} \cdot \mathbf{h}_{tc} \cdot \sin \phi)] \tag{3.36}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\ddot{\phi} = \frac{1}{I_{rx}} \cdot [& (C_r l_r - C_r l_r) \dot{z} + (C_r l_r e - C_r l_r e) \dot{\theta} + (-C_r l_r^2 - C_r l_r^2) \dot{\phi} \\
& - C_r e z_{rd} + C_r e z_{re} + (K_r l_r - K_r l_r) z + (K_r l_r e - K_r l_r e) \theta \\
& + (-K_r l_r^2 - K_r l_r^2) \phi - K_r e z_{rd} + K_r e z_{re} \\
& + (-\mathbf{M}_{rs} \cdot \mathbf{A}_y \cdot \mathbf{h}_{rtc} \cdot \cos \phi_r) \\
& + (-\mathbf{M}_{rs} \cdot \mathbf{g} \cdot \mathbf{h}_{rtc} \cdot \sin \phi_r)] \tag{3.37}
\end{aligned}$$

3.5.2 Condição de Tombamento de Gillespie

Para êxito do nosso estudo é fundamental incluir na análise da estabilidade lateral de veículos o conceito de limite de tombamento lateral estático ou Static Rollover Threshold (SRT). É mencionado por Dixon (1996) como um modelo simplificado para quantificar a estabilidade do veículo em manobra em curva onde não são consideradas as deflexões da suspensão e dos pneus e pretende investigar a máxima aceleração lateral A_{Ymax} .

Gillespie (1992) enuncia que SRT é a aceleração máxima em regime estacionário sobre a aceleração da gravidade g na iminência de capotamento. A influência da geometria do veículo no SRT é grande, dependendo diretamente da relação entre bitola (t) e altura do centro de gravidade (t).

A estimativa geométrica é fornecida pela Equação (3.38), tendo o seu fator aumentado com maior bitola e diminuindo à medida que a altura do centro de gravidade cresce.

$$SRT_{geom} = \frac{t}{2h} \quad (3.38)$$

Pelo somatório dos momentos:

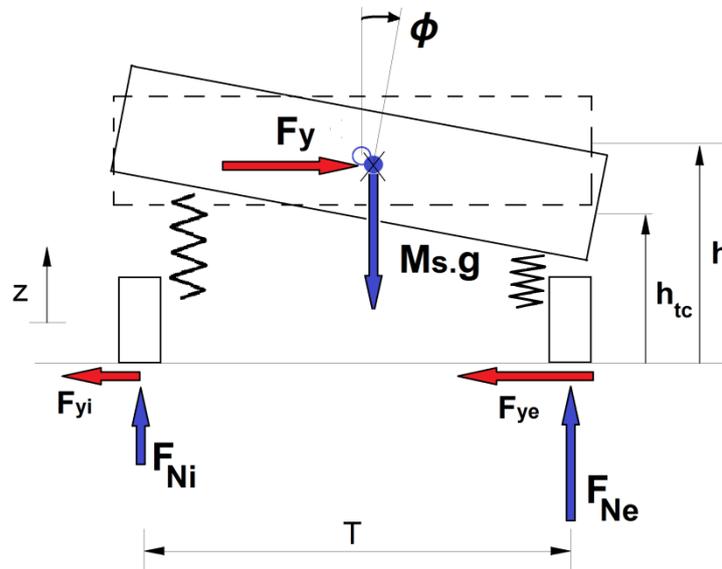


Figura 36- Tombamento de Gillespie

Pelo somatório dos momentos:

$$\sum M = \left(F_{Ni} \cdot \frac{T}{2} \right) - \left(F_{Ne} \cdot \frac{T}{2} \right) + [h_{tc}(F_{yi} + F_{ye})] = 0$$

$$-(h_{tc} \cdot F_y) = \frac{T}{2} (F_{Ne} - F_{Ni}) \quad (3.39)$$

$$A_y = \frac{T}{2(h_{tc} \cdot M)} (F_{Ne} - F_{Ni}) \quad (3.40)$$

Para as condições de tombamento é necessário que as rodas internas sejam iguais a $F_{Ni} = 0$ devido a perda de contato com o solo e, então, $F_{Ni} = M \cdot g$, que resulta na equação (3.41):

$$A_{ymax} = \frac{g \cdot T}{2 \cdot h_{tc}} \quad (3.41)$$

3.5.3 Análise do Modelo

Para atestarmos a validade do modelo, foi utilizado um esterçamento contínuo de 0,1 rad durante 5 segundos. Com uma velocidade longitudinal, constante e já inicial de 5m/s.

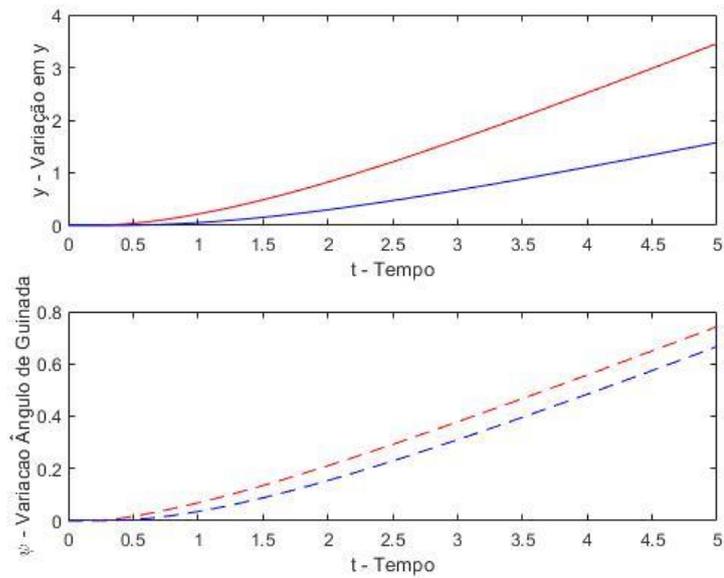


Figura 37- Variação em y e ângulo de Guinada

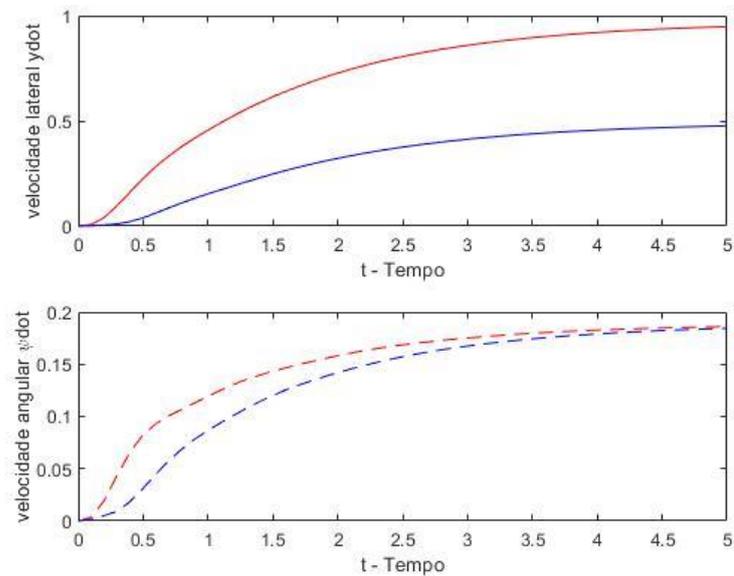


Figura 38 – Variação da Velocidade Lateral e Angular

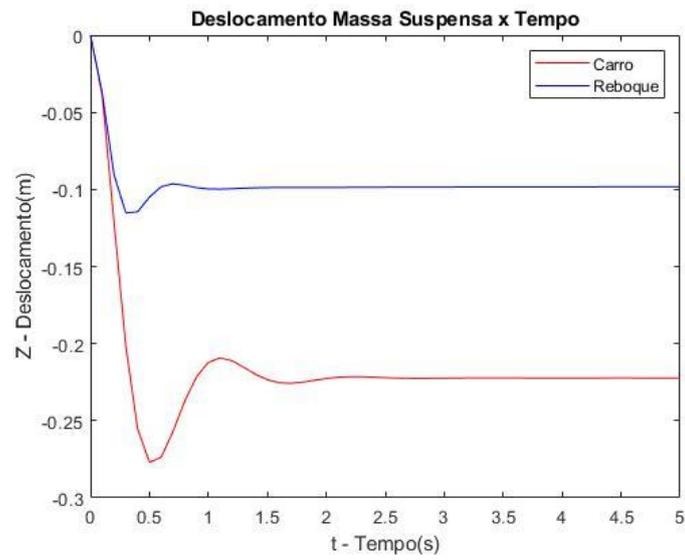


Figura 39- Deslocamentos em Z pelo Tempo

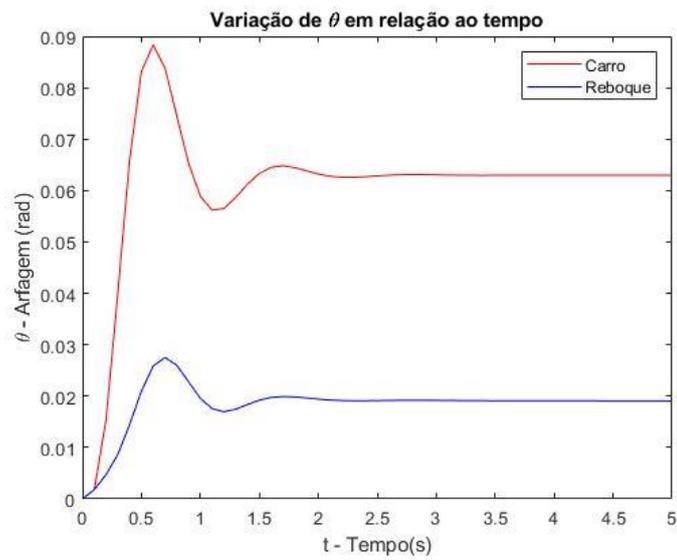


Figura 40 - Variação da Arfagem pelo tempo

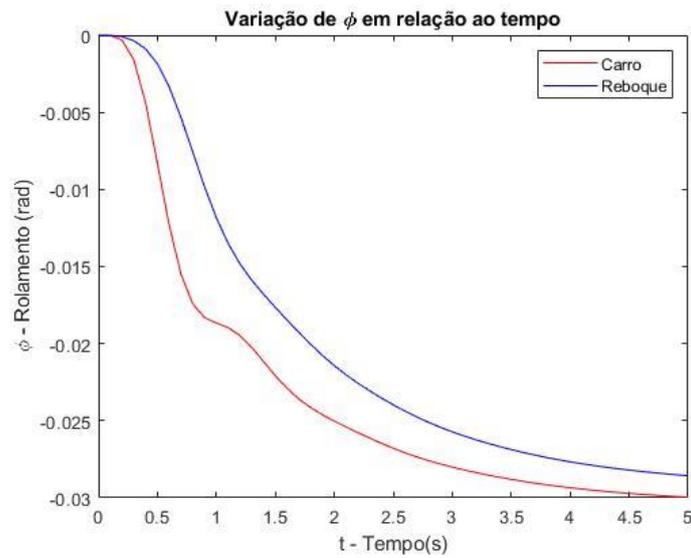


Figura 41- Rolamento pelo tempo

Os modelos tendem ao movimento de rolagem para a direita, pois atua um esterçamento constante para a esquerda.

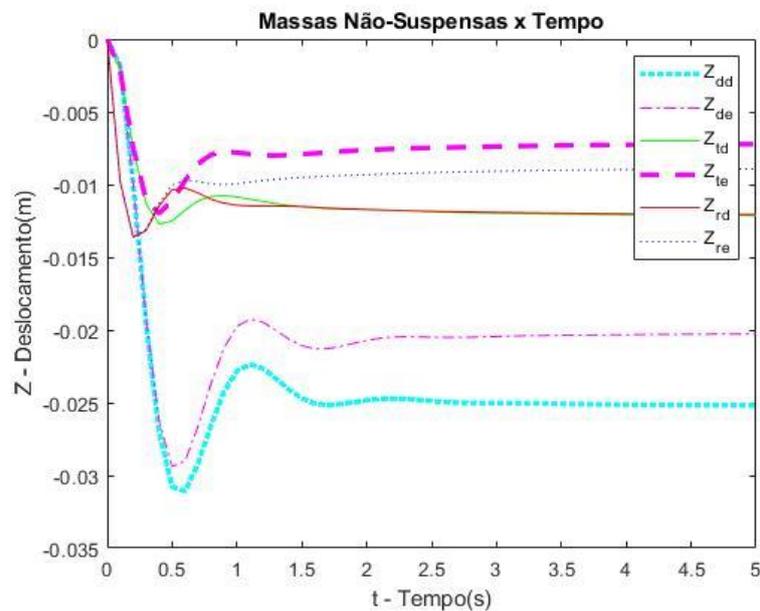


Figura 42- Deslocamento das Massas não suspensas

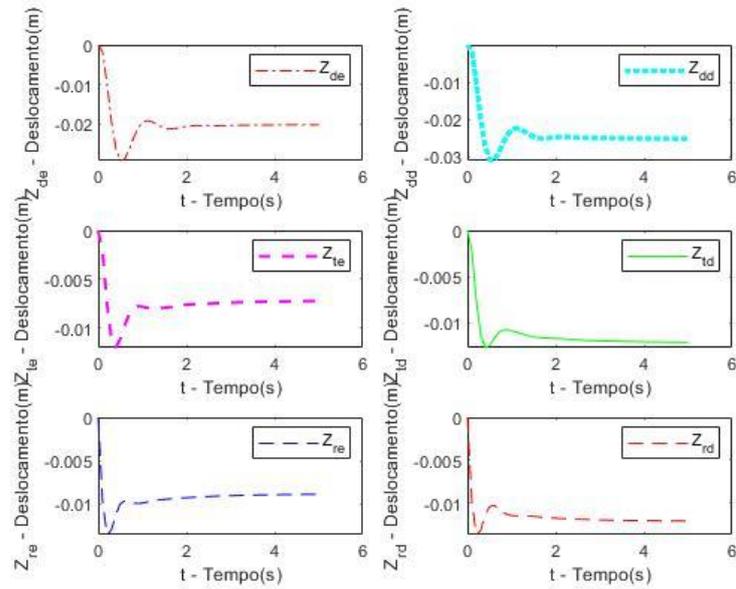


Figura 43- Deslocamento das Massas não suspensas separadamente

As rodas da curvatura externa, direita devido ao esterçamento para a esquerda, sofrem maiores reações e por isso resultam em maiores deslocamentos.

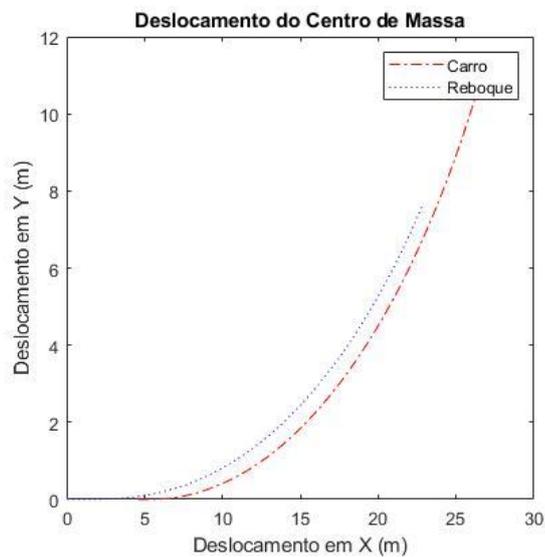


Figura 44-- Deslocamento no plano XY

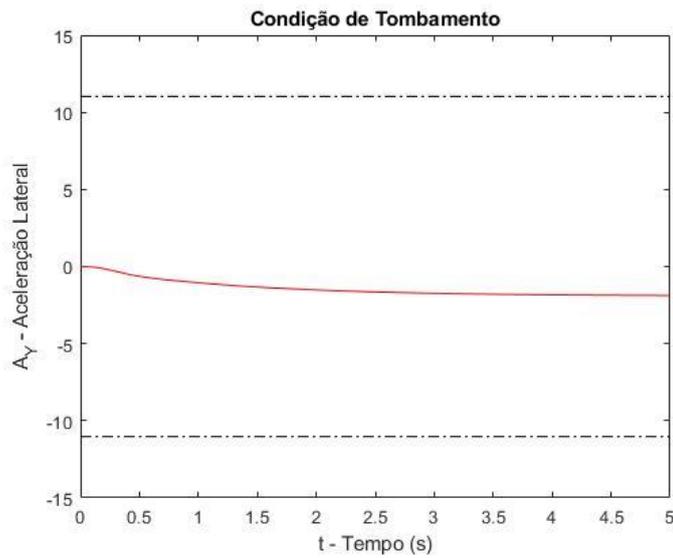


Figura 45- Condição de tombamento do carro

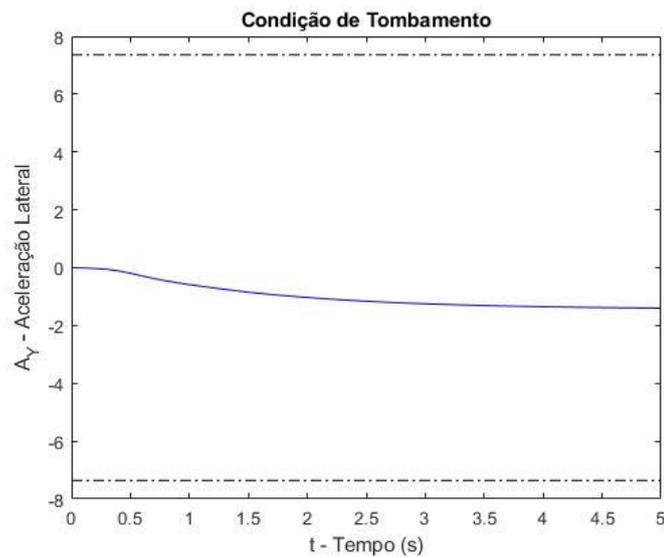


Figura 46- Condição de tombamento do Reboque

A parte mais importante do estudo é a Condição de Tombamento, ela que será determinada através da aceleração lateral, será representada por este gráfico. As linhas pretas representam o limite. Enquanto a linha ao centro, a trajetória do modelo. Nesse caso, ambos não têm risco de tombamento.

Capítulo 4

4. Análise dos Resultados

Os dados utilizados são de reboques convencionais que são vendidos e homologados pelo CONTRAN. A tabela exibe os dados usados até aqui para a construção do modelo. Para o modelo com 16 graus de liberdades foram realizados 3 testes com o esterçamento senoidal [$\delta = A \cdot \text{sen}(t)$] com os parâmetros das tabelas **Tabela 3** e **Tabela 4**.

Tabela 3- Parâmetros do reboque

Parâmetros			
Símbolo		Valor	Unidade
T_r	Bitola Reboque	1,20	[m]
δ	esterçamento	0,1*sen(t)	rad

Tabela 4- Parâmetros dos testes

Velocidade		
teste	m/s	Km/h
1	5	18
2	10	36
3(máx)	14,73	53,14

4.1 Respostas (teste 1)

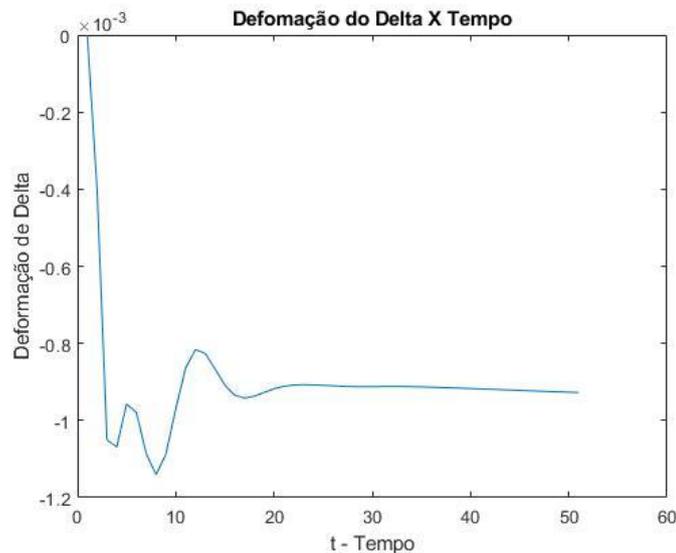


Figura 47- Deformação de Delta

O acompanhamento da Deformação do Delta do pino do reboque é de suma importância para o estudo, pois, devido a isso, foi possível dar maior fidelidade aos testes. O monitoramento atende os requisitos, que são a não influência significativa nos deslocamentos relativos aos modelos. Obtendo mesmas respostas em todos os testes

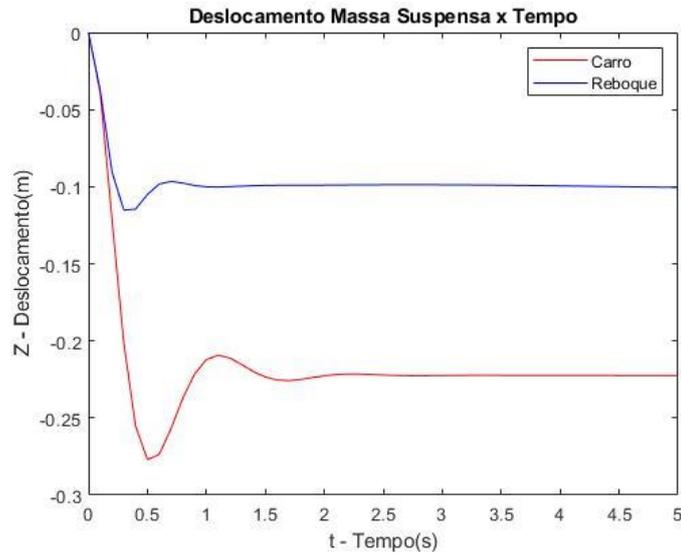


Figura 48- Variação do Deslocamento em Z

O deslocamento, bem como a arfagem **Figura 50**, mesmo durante a oscilação senoidal consegue se estabilizar rapidamente, assim como o reboque, que estabiliza em menos tempo. Isso é previsto, não há forçamento, assim, seu equilíbrio estático permanece.

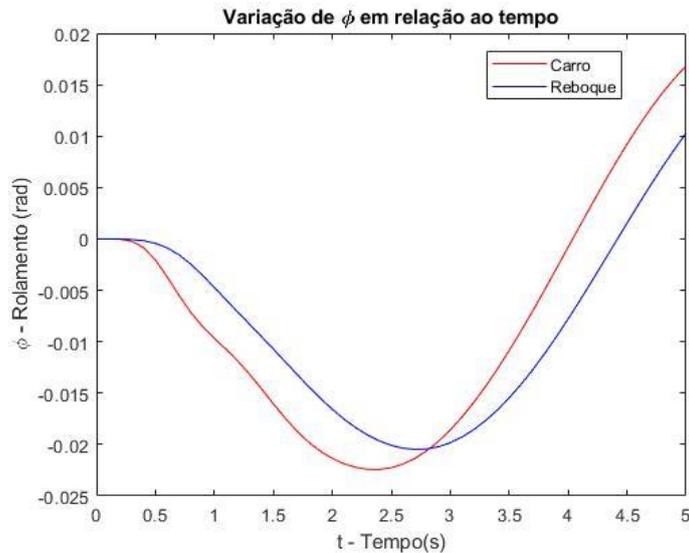


Figura 49- Variação do rolamento

A variação do rolamento se encontra em consonância com o trajeto senoidal, ao passo que o reboque manifesta a variação sempre com um pequeno atraso em relação ao carro.

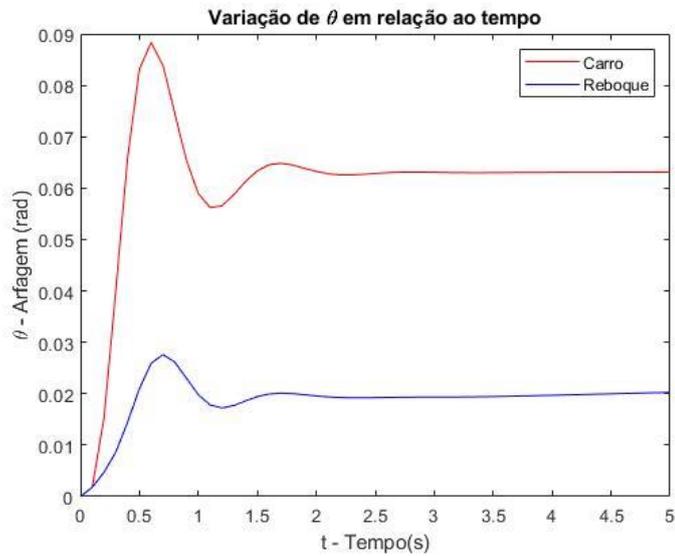


Figura 50- variação da arfagem

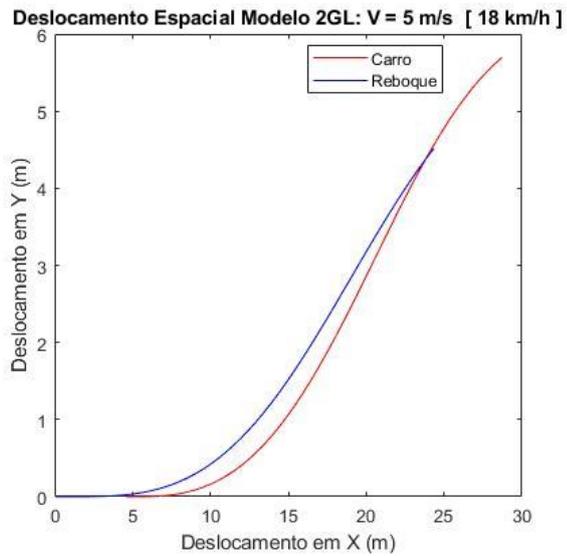


Figura 51- Deslocamento centro de massa

A **Figura 51** nos mostra o deslocamento do centro de massa, com o formato senoidal, é possível ver o carro a frente do reboque.

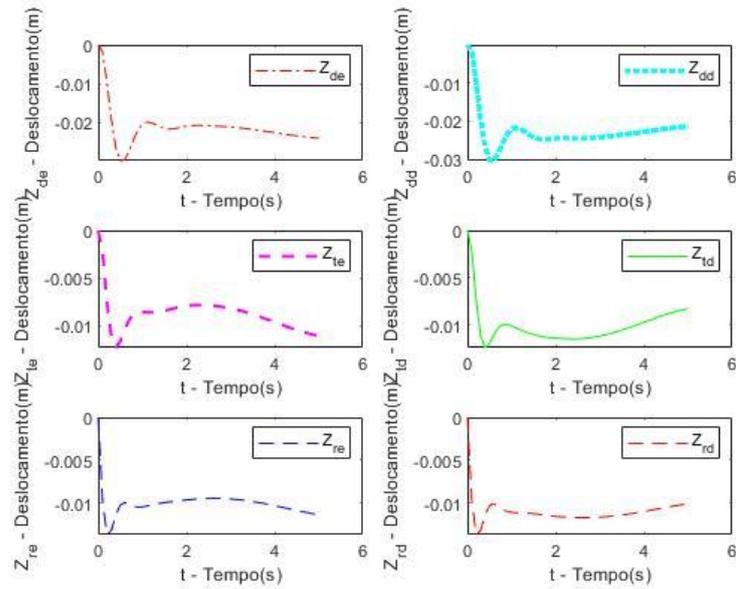


Figura 52- Deslocamento das Massas não suspensas

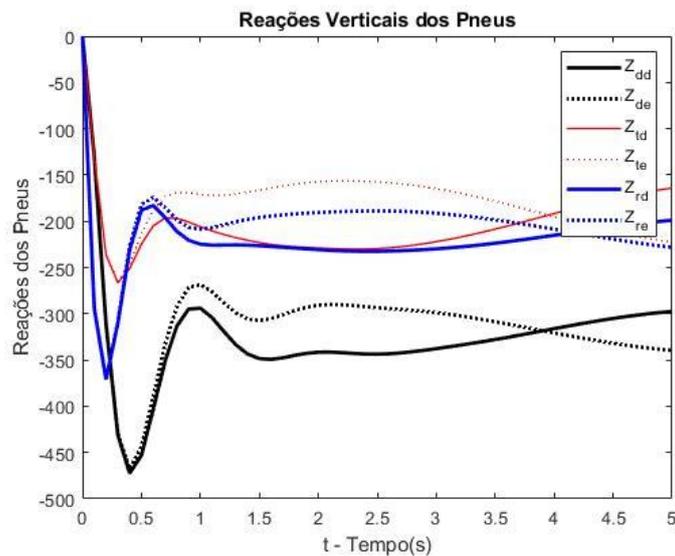


Figura 53- Reações dos pneus

As reações dos pneus se mantêm fidedignas aos deslocamentos das massas não suspensas **Figura 52**. Como estão longe do limite de tombamento, tanto as reações quanto os deslocamentos não tendem a zero.

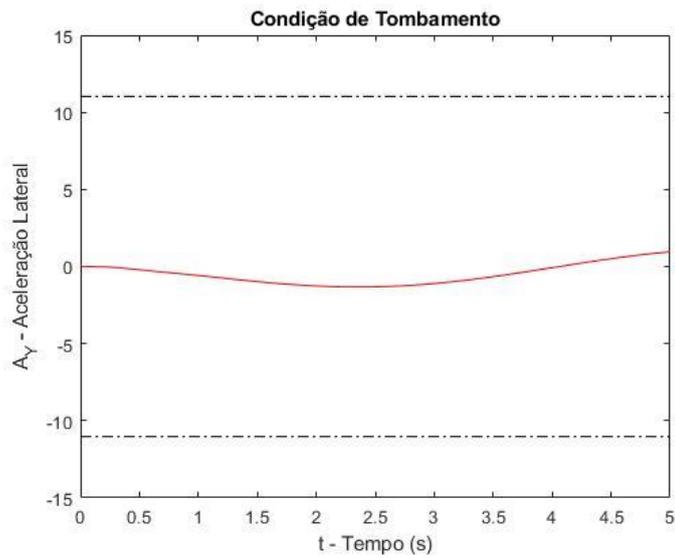


Figura 54- Condição de tombamento do carro

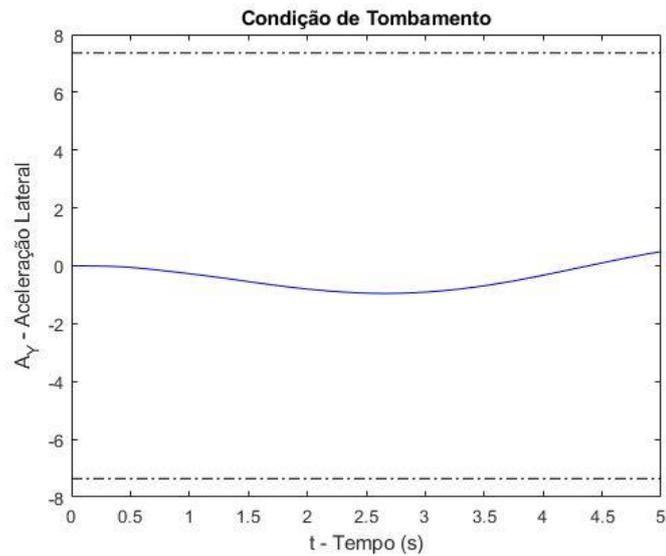


Figura 55- Condição de tombamento do reboque

Em ambas as condições **Figura 54** e **Figura 55**, estão longe do tombamento, os gráficos ilustram o comportamento senoidal que será acentuado nas próximas respostas evidenciando o comportamento do esterçamento.

4.2 Respostas (teste 2)

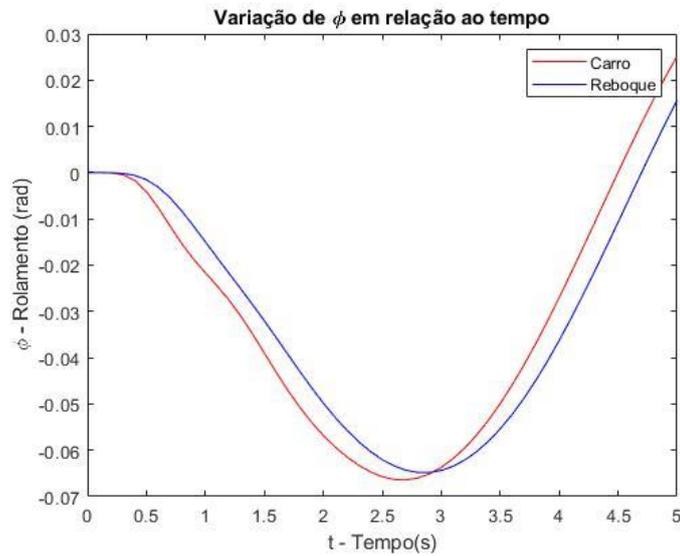


Figura 56-Variação do rolamento

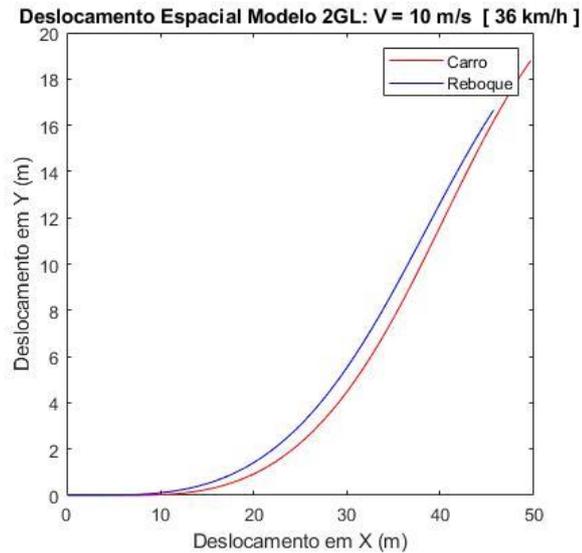


Figura 57- Deslocamento centro de massa

A velocidade longitudinal e aceleração lateral são maiores, sendo assim, as variações do ângulo de rolamento, assim como as reações dos pneus e massas não suspensas também terão reações com mais intensidade.

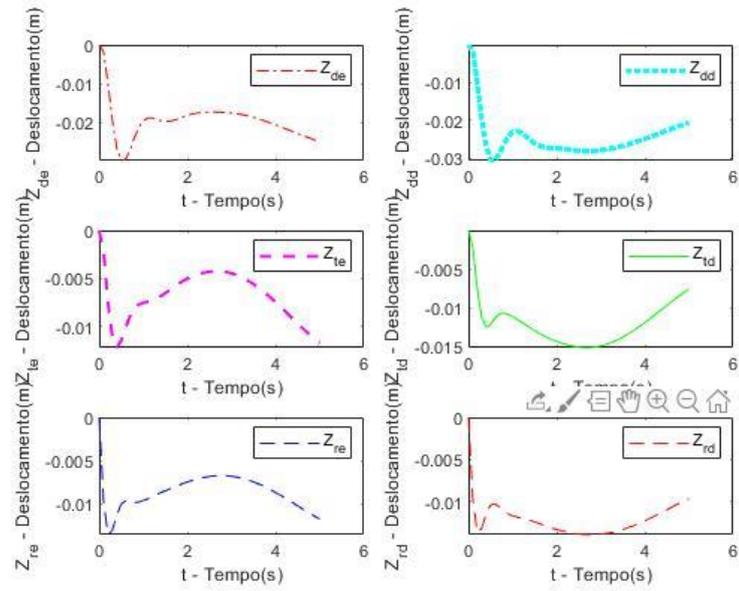


Figura 58- Deslocamento das Massas não suspensas

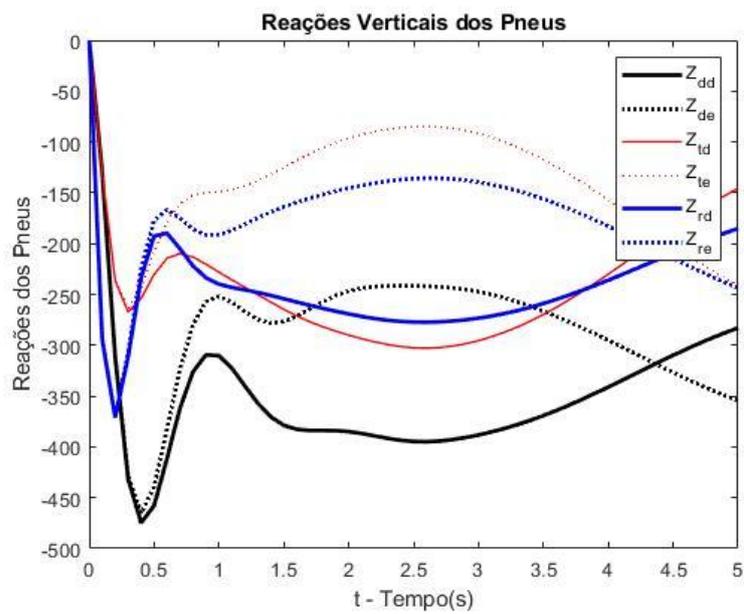


Figura 59- Reações dos pneus

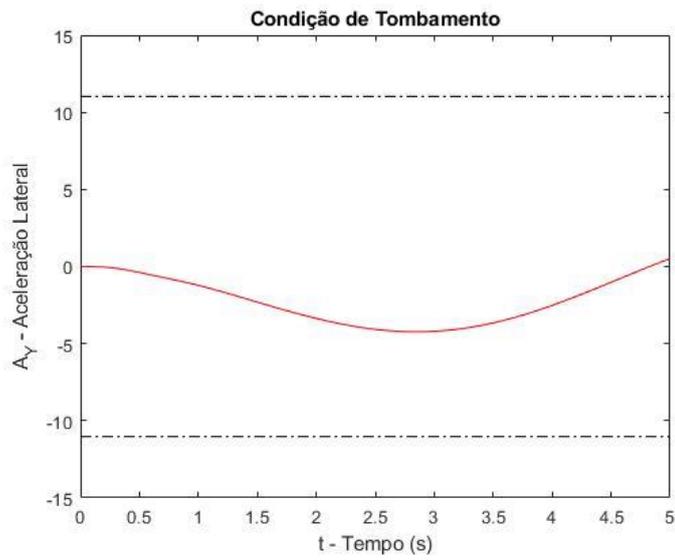


Figura 60- Condição de tombamento do carro

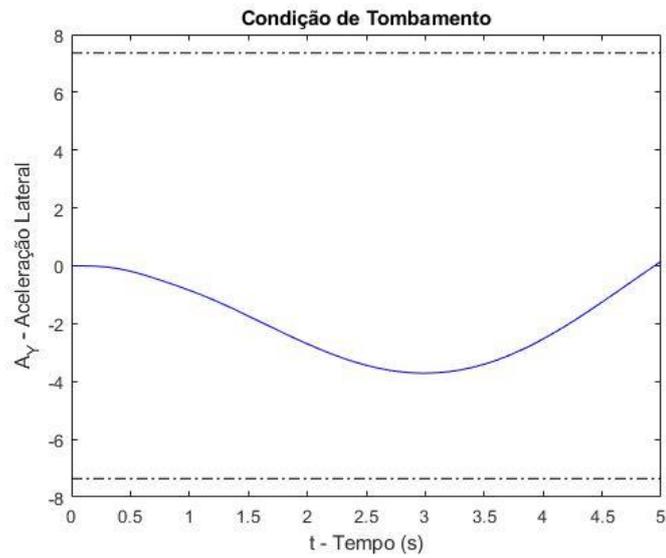


Figura 61- Condição de tombamento do reboque

Com o aumento da velocidade, fica mais evidente o comportamento da aceleração de ambos os modelos.

4.3 Respostas (teste 3)

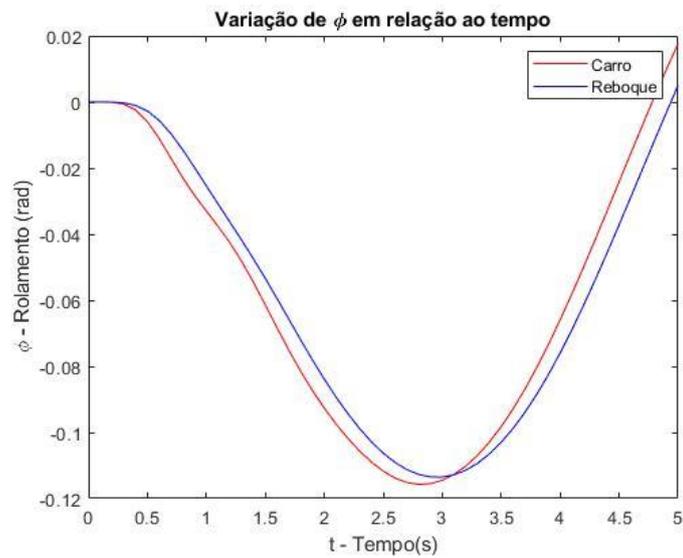


Figura 62-Variação do rolamento

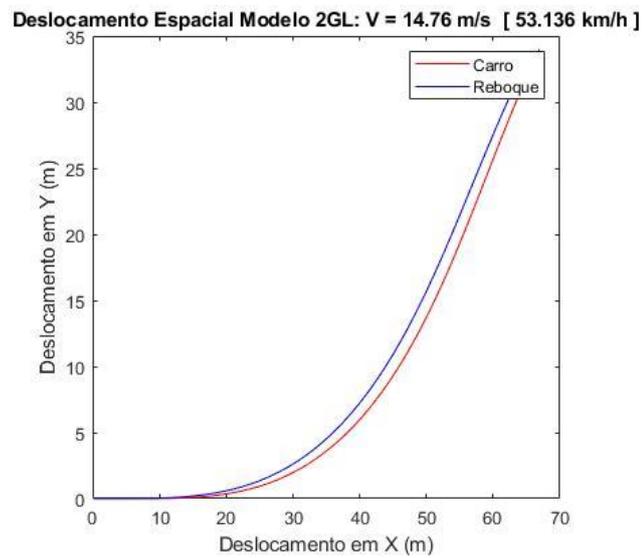


Figura 63- Deslocamento centro de massa

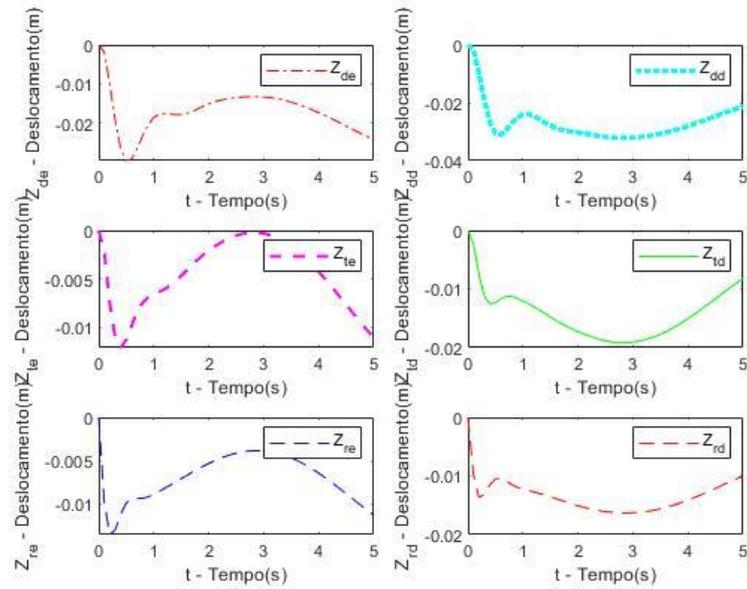


Figura 64- Deslocamento das Massas não suspensas

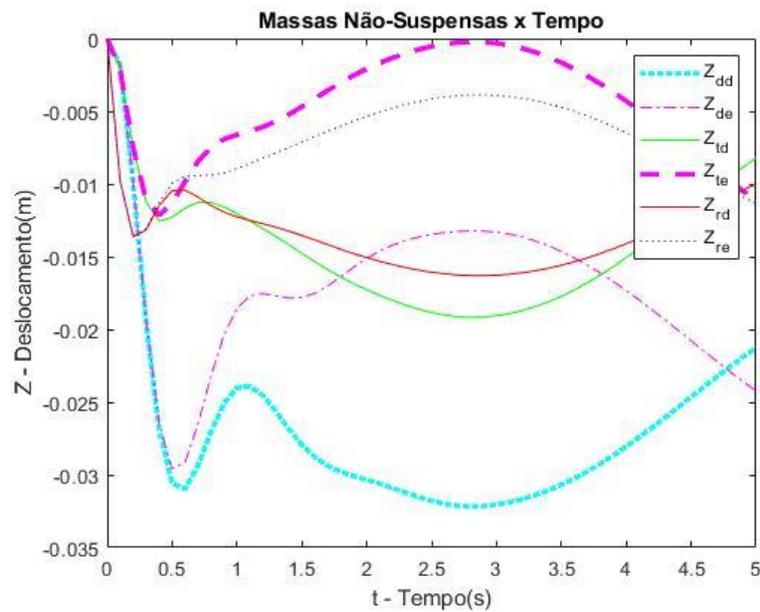


Figura 65- Deslocamento das Massas não suspensas

É notório que todas as reações diretamente proporcionais ao aumento da velocidade longitudinal e aceleração lateral tendem a zero, visto que é o princípio da condição de tombamento, fazer chegar a zero os contatos das rodas internas.

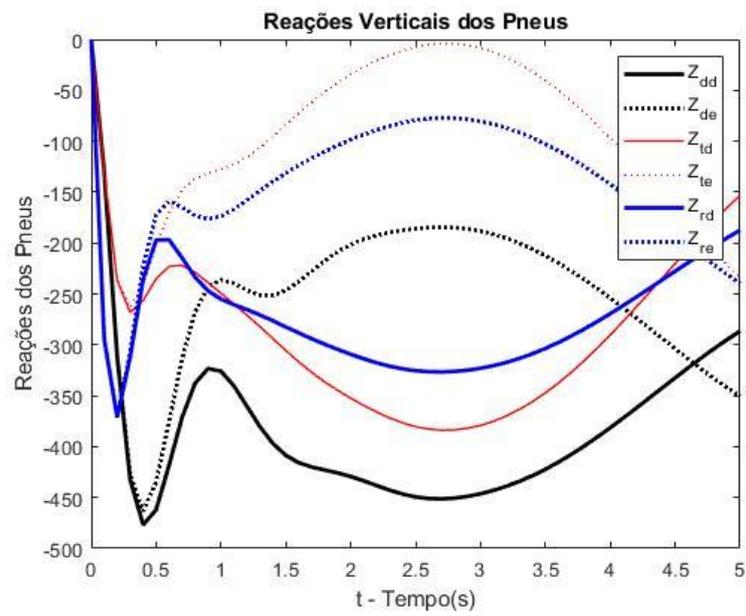


Figura 66- Reações dos pneus

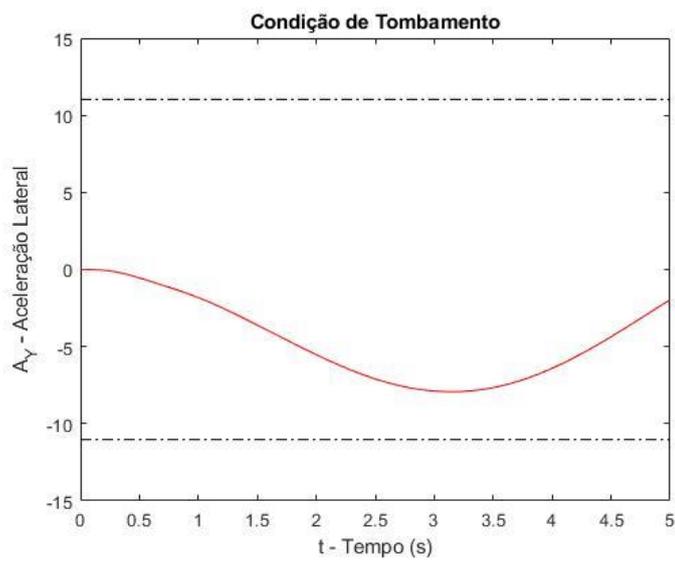


Figura 67- Condição de tombamento do carro

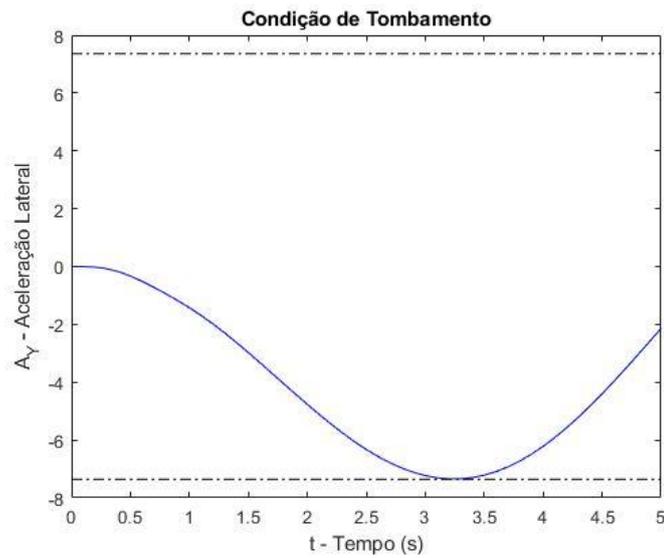


Figura 68- Condição de tombamento do reboque

Aqui está o comportamento na iminência do tombamento do Reboque. Um dos motivos para o maior limite do carro se deve a maior bitola, e isso é diretamente proporcional ao SRT geométrico.

4.4 Influência da bitola

Tabela 5- mudança no parâmetro

Parâmetros			
Símbolo		Valor	Unidade
T_r	Bitola Reboque	1,50	[m]
δ_c	Esterçamento	$0,1 * \delta(t)$	[rad]

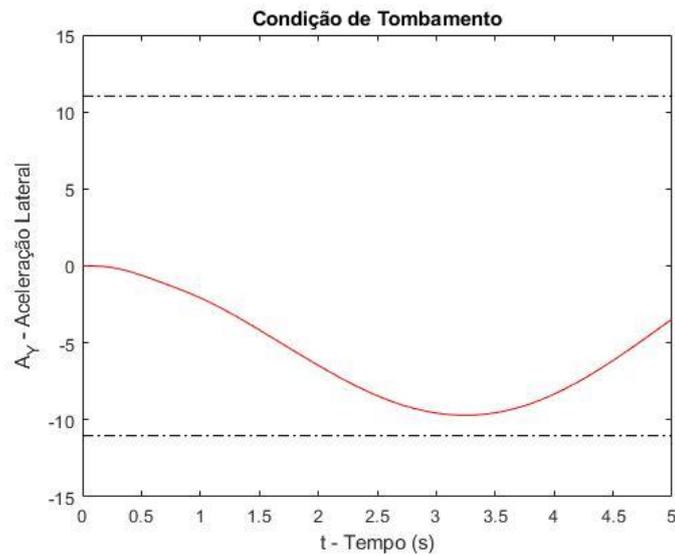


Figura 69- Condição de Tombamento (carro com mesma bitola)

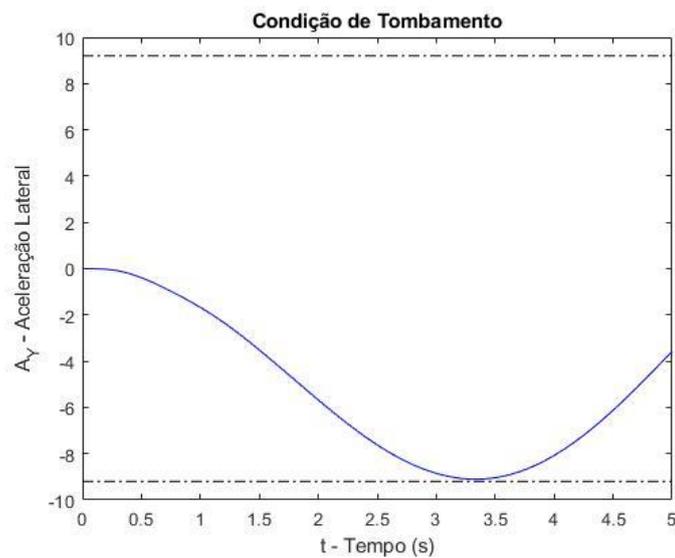


Figura 70- Condição de Tombamento do reboque com bitola maior

Com um aumento de 25% da bitola resultou no aumento da velocidade máxima para 16,79 m/s (60,45 km/h). Representando um aumento de 13,5% do seu limite de tombamento. O que é traduzido em maior segurança na estrada para todas, e menos avarias e perdas de cargas.

4.5 Influência da Altura do Centro de Gravidade

Tabela 6- mudança no parâmetro

Parâmetros			
Símbolo		Valor	Unidade
H_{cgr}	CG reboque	0,7	[m]
δ_c	Esterçamento	$0,1 \cdot \text{sen}(t)$	[rad]

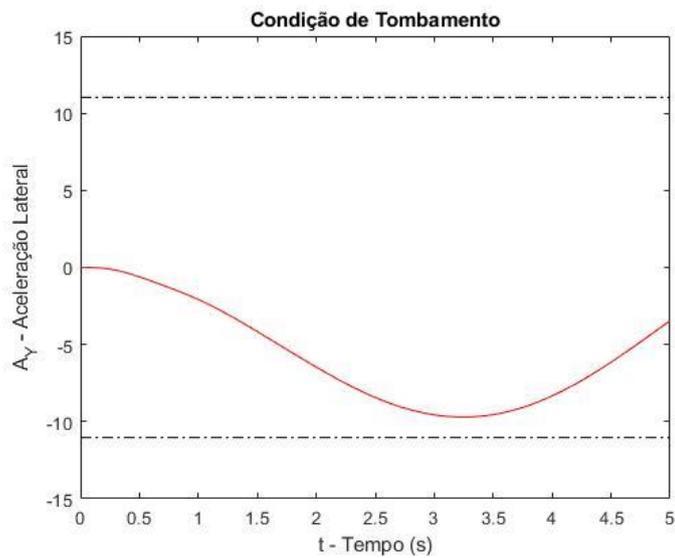


Figura 71- Condição de Tombamento (carro com mesmo centro de gravidade)

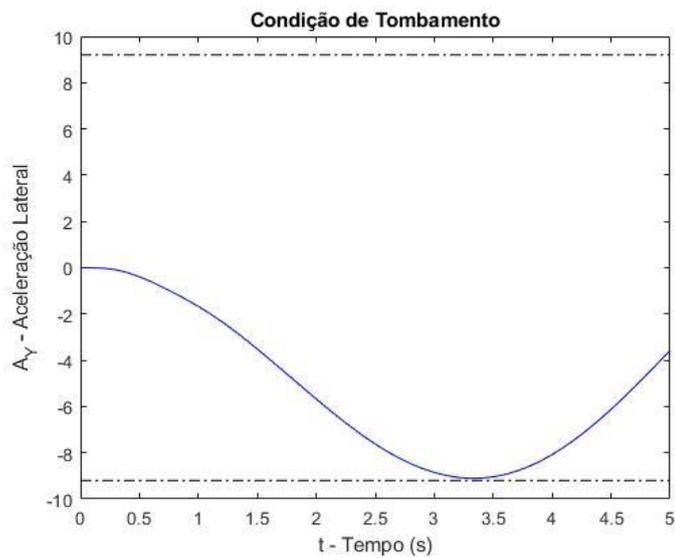


Figura 72- Condição de Tombamento do reboque com CG menor

Com uma redução de 12,5% (de 0,8m para 0,7m) do seu centro de gravidade resultou no aumento da velocidade máxima para 16 m/s (57,6 km/h). Representando um aumento de 8,4% do seu limite de tombamento.

4.6 União dos mecanismos de melhorias

5. Tabela 7- mudança no parâmetro

Parâmetros			
Símbolo		Valor	Unidade
T_r	Bitola Reboque	1,5	[m]
H_{cgr}	CG reboque	0,7	[m]
δ_c	Esterçamento	$0,1*\text{sen}(t)$	[rad]

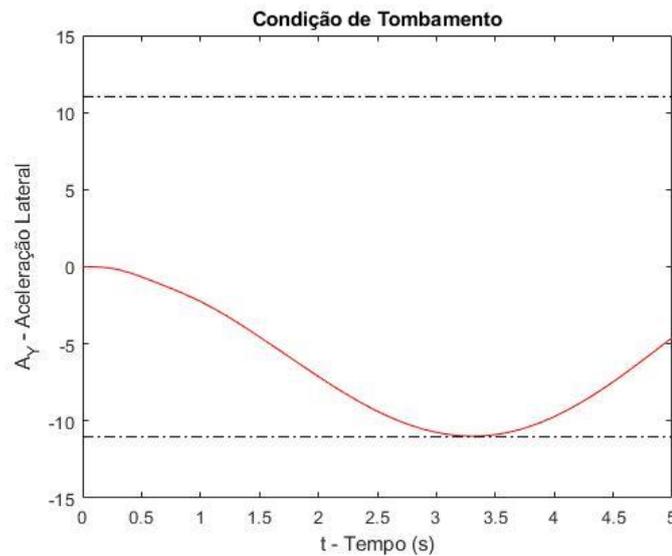


Figura 73- Condição de Tombamento (carro com mesmo centro de gravidade e bitola)

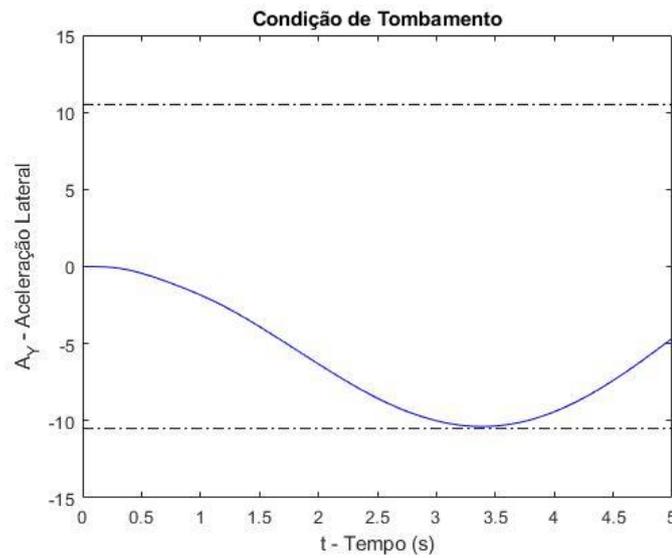


Figura 74- Condição de Tombamento do reboque com melhorias

Depois de incluída as melhorias para o modelo com os parâmetros selecionados foi importante notar que ambos os modelos chegaram ao seu limite. Foi explorada a maior eficiência nas manobras utilizando também o potencial dos limites do veículo motor.

Com um aumento de 25% da bitola e com redução de 12,5% (de 0,8m para 0,7m) do seu centro de gravidade, sua velocidade longitudinal do limite de tombamento foi de 14,76m/s para 18.21 m/s (53,14 km/h para 65,56 km/h) representando um aumento de 23,4% do seu limite

5. Conclusões

Apesar de suas limitações, o projeto consegue esclarecer de forma concisa e coesa os modelos analíticos e sua modelagem numérica. O modelo de 16 graus de liberdade mesmo com sua utilização do SRT geométrico, consegue ilustrar com considerável margem de precisão as condições de Tombamento, como foram projetados e também consegue mostrar formas de melhorias de eficiência e segurança. O modelo consegue mostrar toda sua estabilidade e equilíbrio estático. Ainda que não tenha estímulos como frenagem, por exemplo, o modelo é válido.

5.1 Sugestões

Para sugestões de projetos futuros:

- Análise das condições de derrapagem, alternando entre coeficientes de atrito estáticos e dinâmicos poderiam ser feitos.
- Estudo mais profundo sobre a modelagem dos pneus sempre serão bem aproveitadas, pois é uma parte que tende a uma maior complexidade, e quanto mais simplificada, mais padrões distantes da realidade podem acabar surgindo. Estudar a *Magic formula*, por exemplo, é um excelente começo.
- As variações dos ângulos apesar de pequenos, de cambagem, caster e toe são muito importantes para segurança e alinhamento do esterçamento na transição máquina para o motorista.
- Rigidez da suspensão pode ser estudada, pois afetam diretamente o modelo.

Referência Bibliográfica

BARRETO, R. L. P.; *Simulação de Ângulos de Deriva e Dinâmica Veicular Lateral Utilizando Modelo de Quatro Rodas Com Restrições Geométricas e Cinemáticas*, Dissertação de Mestrado, Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis, 2015.

BRASIL. *Código de Trânsito Brasileiro*. Lei n.º 9503, de 23 de setembro de 1997.

BRASIL. *Resolução do CONTRAN n.º 14/98*, de 06 de fevereiro de 1998.

BRASIL. *Resolução do CONTRAN n.º 197*, de 25 de julho de 2006. Retificada em 22 de novembro de 2006.

CNT, SEST, SENAT; *Pesquisa CNT de rodovias 2014: relatório gerencial*. Editora da Confederação Nacional de Transportes, Brasília, 2014.

DIXON, J. C.; *Tires Suspension and Handling*, Society of Automotive Engineers, 2ª ed., Warrendle, 1996.

GENTA, G., MORELLO, L.; *The Automotive Chassis. Vol. 2: System Design*, Springer Science Business Media B.V., 2009.

GILLESPIE, T. D.; *Fundamentals of Vehicle Dynamics*, Society of Automotive Engineers, SAE, Warrendale, 1992.

JAZAR, R. N.; *Vehicle Dynamics: Theory and Application*, Springer Science Business Media, 2008, New York, 2008.

LEAL, L. C. M.; ROSA, E.; NICOLAZZI, L. C.; *Uma introdução à modelagem quase-estática de automóveis*. GRANTE Departamento de Engenharia Mecânica da UFSC, Florianópolis, 2001.

MÁXIMO, L. F. B.; *Estudo do comportamento dinâmico de um veículo de passageiros em manobras de handling*, Dissertação de mestrado, Pontifícia Universidade Católica de Minas Gerais, 2002.

MILLIKEN, W. F.; MILLIKEN, D. F.; *Race car vehicle dynamics*. Warrendale, U.S.A, Society of Automotive Engineers, 1995.

PACEJKA, H. B.; *Tyre and Vehicle Dynamics*, Elsevier, 3ª ed., 2005.

PEREIRA, D. R.; *Avaliação da dinâmica lateral de veículos comerciais equipados com multieixos esterçantes*, Dissertação de Mestrado, Centro Universitário da FEI, São Bernardo do Campo, 2010.

Sayers, M. W. e Karamihis, S. M. *“The Little Book of Profiling”*, University of Michigan, 1998

WONG, J.Y.; *Theory of Ground Vehicle*, John Wiley & Sons, 3ª ed., 2001.

Anexo A: Algoritmo MatLab

```

clc
clear
close all
%% Dados
global M Ms Hcg mdd mde mtd mte a b c Iz Ix Iy V CSt C0r C1r C2r
C0 C1 C2 Cd Ct Cpd Cpt Kd Kt Kpd Kpt l T
global Mr Msr Hcgr Mnr d e Izr Ixr Iyr L CSd CSr
Ctr Cr Kr Ktr lr Tr
global K C g
g = 9.81; % Aceleração da gravidade (m/s^2)

% Propriedades Dimensionais do carro

M = 1380; % Massa do carro (Kg)
Ms = 1200; % Massa suspensa do carro (kg)
mdd = 54; % massa não suspensa dianteira direita(kg)
mde = 54; % massa não suspensa dianteira esquerda(kg)
mtd = 36; % massa não suspensa traseira esquerda(kg)
mte = 36; % massa não suspensa traseira esquerda(kg)

a = 1.04; % Distância entre o eixo dianteiro e o CG (m)
b = 1.56; % Distância entre o CG e o eixo traseiro (m)
c = 2.56; % Distância entre o eixo traseiro e o engate (m)
l = 0.9; % Metade da bitola (m)
L = a+b; % Distância entre eixos (m)
T = 1.8; %Bitola carro
Hcg = 0.80; % Altura do CG

Iz = 2500; % Momento de Inercia do carro em Z (kg.m^2)
Ix = 600; % Momento de Inercia do carro em x (kg.m^2)
Iy = 1400; % Momento de Inercia do carro em y (kg.m^2)

Cd = 1796; % Coeficiente de amortecimento da suspensão dianteira (N.s/m)
Ct = 1752; % Coeficiente de amortecimento da suspensão traseira (N.s/m)
Cpd = 17000;
Cpt = 17000;

Kd = 14000; % Coeficiente de rigidez da suspensão dianteira (N/s)
Kt = 20000; % Coeficiente de rigidez da suspensão traseira (N/s)
Kpd = 140000; % Coeficiente de rigidez do pneu dianteiro (N/s)
Kpt = 200000; % Coeficiente de rigidez do pneu traseiro (N/s)

% propriedade dimensionais do reboque

Mr = 500; % Massa do reboque (Kg)
Msr = 420; % Massa suspensa do reboque (kg)
Mnr = (Mr-Msr)/2;

d = 2.000; % Distância entre o engate e o CG reboque(m)
e = 0.133; % Distância entre CG e eixo traseiro do reboque (m)
lr = 0.6; % Metade da bitola reboque
Hcgr = 0.8; % Altura do CG
Tr = 1.2; %Bitola Reboque

```



```

%subtitle (['Modelo 2GL: V = ',num2str(V), ' m/s', ' [ ',num2str(V*3.6),'
km/h ]'])
ylabel('y - Variação em y')
xlabel('t - Tempo')
%axis('square')

%Gráfico da resposta em Psi
subplot 212
plot(t,s(:,3), '--r',t,s(:,9), '--b') %Resposta de Psi
ylabel('\psi - Variacao Ângulo de Guinada')
xlabel('t - Tempo')

%axis('square')

% figure %verificar grafico
% plot(t,s(:,1), 'b', t,s(:,3), '--b',t,s(:,7), 'r', t,s(:,9), '--r')
% ylabel('\psi Vs y')
% xlabel('t - Tempo')

%Gráfico resposta da velocidade dy/dt
figure
subplot 211
plot(t,s(:,2), 'r', t,s(:,8), 'b') %Resposta de y
%suprtile (['Modelo 2GL: V = ',num2str(V), ' m/s', ' [ ',num2str(V*3.6),'
km/h ]'])
ylabel('velocidade lateral ydot')
xlabel('t - Tempo')
%axis('square')

%Gráfico da resposta em dPsi/dt
subplot 212
plot(t,s(:,4), '--r',t,s(:,10), '--b') %Resposta de Psi
ylabel('velocidade angular \psidot')
xlabel('t - Tempo')
%axis('square')

%Deslocamento Espacial
figure
plot(s(:,5), s(:,6), 'r')
hold on
plot(s(:,13), s(:,14), 'b')
hold off
title (['Deslocamento Espacial Modelo 2GL: V = ',num2str(V), ' m/s ', ' [
',num2str(V*3.6), ' km/h ]'])
ylabel('Deslocamento em Y (m)')
xlabel('Deslocamento em X (m)')
axis('square')
legend('Carro', 'Reboque')

%% Tombamento
amax = (g*T)/(2*Hcg);
amaxvec = (g*T)/(2*Hcg)*ones(length(t));
ay = - (s(:,2) + V*s(:,4));

amaxr = (g*Tr)/(2*Hcgr);
amaxvecr = (g*Tr)/(2*Hcgr)*ones(length(t));
ayr = - (s(:,8) + V*s(:,10));

%Reações Verticais dos Pneus (Forças em cada pneu)

```

```

Fndd = Kd*s(:,21) + Cd*s(:,22);      %Força Vertical na roda dianteira
direita
Fnde = Kd*s(:,23) + Cd*s(:,24);      %Força Vertical na roda dianteira
esquerda
Fntd = Kt*s(:,25) + Ct*s(:,26);      %Força Vertical na roda traseira direita
Fnre = Kt*s(:,27) + Ct*s(:,28);      %Força Vertical na roda traseira
esquerda
Fnrd = Kr*s(:,35) + Cr*s(:,26);      %Força Vertical na roda reboque direita
Fnre = Kr*s(:,37) + Cr*s(:,28);      %Força Vertical na roda reboque
esquerda

figure
plot(t, Fndd, 'LineStyle', '-', 'color', 'black', 'LineWidth', 2.0)
line(t, Fnde, 'LineStyle', ':', 'color', 'black', 'LineWidth', 2.0)
line(t, Fntd, 'LineStyle', '-', 'color', 'red', 'LineWidth', 1.0)
line(t, Fnre, 'LineStyle', ':', 'color', 'red', 'LineWidth', 1.0)
line(t, Fnrd, 'LineStyle', '-', 'color', 'blue', 'LineWidth', 2.0)
line(t, Fnre, 'LineStyle', ':', 'color', 'blue', 'LineWidth', 2.0)
title('Reações Verticais dos Pneus')
ylabel('Reações dos Pneus')
xlabel('t - Tempo(s)')
legend('Z_d_d', 'Z_d_e', 'Z_t_d', 'Z_t_e', 'Z_r_d', 'Z_r_e')

%Resposta de z;
figure
plot(t, s(:,15), 'LineStyle', '-', 'color', 'r')
line(t, s(:,29), 'LineStyle', '-', 'color', 'b')
title('Deslocamento Massa Suspensa x Tempo')
ylabel('Z - Deslocamento(m)')
xlabel('t - Tempo(s)')
legend('Carro', 'Reboque')

%Resposta de theta
figure
plot(t, s(:,17), 'LineStyle', '-', 'color', 'r')
line(t, s(:,31), 'LineStyle', '-', 'color', 'b')      %Resposta de theta
title('Variação de \theta em relação ao tempo')
ylabel('\theta - Arfagem (rad)')
xlabel('t - Tempo(s)')
legend('Carro', 'Reboque')

%Resposta de Phi
figure
plot(t, s(:,19), 'LineStyle', '-', 'color', 'r')
line(t, s(:,33), 'LineStyle', '-', 'color', 'b')      %Resposta de Phi
title('Variação de \phi em relação ao tempo')
ylabel('\phi - Rolamento (rad)')
xlabel('t - Tempo(s)')
legend('Carro', 'Reboque')

%Massas não-suspensas x tempo
figure
plot(t, s(:,21), 'LineStyle', ':', 'color', 'c', 'LineWidth', 2.5)
line(t, s(:,23), 'LineStyle', '-.', 'color', 'm')
line(t, s(:,25), 'LineStyle', '-', 'color', 'g')
line(t, s(:,27), 'LineStyle', '--', 'color', 'm', 'LineWidth', 2.5)

```

```

line(t, s(:,35), 'LineStyle', '-', 'color', 'r')
line(t, s(:,37), 'LineStyle', ':', 'color', 'b')

title('Massas Não-Suspensas x Tempo')
ylabel('Z - Deslocamento (m)')
xlabel('t - Tempo (s)')
legend('Z_d_d', 'Z_d_e', 'Z_t_d', 'Z_t_e', 'Z_r_d', 'Z_r_e')

```

```

figure
plot(s(:,5), s(:,6), 'LineStyle', '-.', 'color', 'r')
line(s(:,13), s(:,14), 'LineStyle', ':', 'color', 'b')
legend('Carro', 'Reboque')
title('Deslocamento do Centro de Massa')
ylabel('Deslocamento em Y (m)')
xlabel('Deslocamento em X (m)')
axis('square')

```

```
%Condição de Tombamento
```

```

figure
plot(t, ay, 'LineStyle', '-', 'color', 'red');
line(t, amaxvec, 'LineStyle', '-.', 'color', 'black')
line(t, -amaxvec, 'LineStyle', '-.', 'color', 'black')
title('Condição de Tombamento');
ylabel('A_Y - Aceleração Lateral');
xlabel('t - Tempo (s)');

```

```
%Condição de Tombamento
```

```

figure
plot(t, ayr, 'LineStyle', '-', 'color', 'blue');
line(t, amaxvecr, 'LineStyle', '-.', 'color', 'black')
line(t, -amaxvecr, 'LineStyle', '-.', 'color', 'black')
title('Condição de Tombamento');
ylabel('A_Y - Aceleração Lateral');
xlabel('t - Tempo (s)');

```

```
%Massas não-suspensas x tempo Separadas
```

```

figure
subplot 322
plot(t, s(:,21), 'LineStyle', ':', 'color', 'c', 'LineWidth', 2.5)
%Resposta de zdd
ylabel('Z_d_d - Deslocamento (m)')
xlabel('t - Tempo (s)')
legend('Z_d_d')
%axis([0,10,-0.02,0.005])

subplot 321
plot(t, s(:,23), 'LineStyle', '-.', 'color', 'r') %Resposta de zde
ylabel('Z_d_e - Deslocamento (m)')
xlabel('t - Tempo (s)')
legend('Z_d_e')
%axis([0,10,-0.02,0.005])

subplot 324

```

```

plot(t,s(:,25),'LineStyle','-','color','g')           %Resposta de ztd
ylabel('Z_t_d - Deslocamento(m)')
xlabel('t - Tempo(s)')
legend('Z_t_d')
%axis([0,10,-0.02,0.005])

subplot 323
plot(t,s(:, 27),'LineStyle','--','color','m','LineWidth',1.5)
%Resposta de zte
ylabel('Z_t_e - Deslocamento(m)')
xlabel('t - Tempo(s)')
legend('Z_t_e')
%axis([0,10,-0.02,0.005])

subplot 326
plot(t,s(:, 35),'LineStyle','--','color','r')           %Resposta de zrd
ylabel('Z_r_d - Deslocamento(m)')
xlabel('t - Tempo(s)')
legend('Z_r_d')
%axis([0,10,-0.02,0.005])

subplot 325
plot(t,s(:, 37),'LineStyle','--','color','b')           %Resposta de zrd
ylabel('Z_r_e - Deslocamento(m)')
xlabel('t - Tempo(s)')
legend('Z_r_e')
%axis([0,10,-0.02,0.005])

%subtitle('Deslocamento Massas Não-Suspensas x Tempo')

function sp = EQFINAL(t, s)
global M Ms Hcg mdd mde mtd mte      a b c      Iz Ix Iy      V CSt C0r C1r C2r
C0 C1 C2      Cd Ct Cpd Cpt Kd Kt      Kpd Kpt      l      T
global Mr Msr Hcgr Mnr                d e      Izr Ixr Iyr                L CSd CSr
Ctr      Cr      Kr Ktr                lr      Tr
global K C g
%% CÁlculo

%Reações Verticais dos Pneus (Forças em cada pneu)

Fndd = Kd*s(21) + Cd*s(22);           %Força Vertical na roda dianteira direita
Fnde = Kd*s(23) + Cd*s(24);           %Força Vertical na roda dianteira esquerda
Fntd = Kt*s(25) + Ct*s(26);           %Força Vertical na roda traseira direita
Fnte = Kt*s(27) + Ct*s(28);           %Força Vertical na roda traseira esquerda
Fnrd = Kr*s(35) + Cr*s(26);           %Força Vertical na roda reboque direita
Fnre = Kr*s(37) + Cr*s(28);           %Força Vertical na roda reboque esquerda

%Cálculo do Cornering Stiffness
Cad = (abs(Fndd + Fnde)/2)*CSd;       %Rigidez a Curvatura na Dianteira
Cat = (abs(Fntd + Fnte)/2)*CSt;       %Rididez a Curvatura na Traseira
Car = (abs(Fnrd + Fnre)/2)*CSr;       %Rididez a Curvatura na Traseira

```

```

C0r = 2*Car; % Zeroth moment of tire coefficient
C1r = - 2*e*Car; % First moment of tire coefficient
C2r = 2*e^2*Car; % Second moment of tire coefficient
C0 = 2*Cad + 2*Cat; % Zeroth moment of tire coefficient
C1 = 2*a*Cad - 2*b*Cat; % First moment of tire coefficient
C2 = 2*a^2*Cad + 2*b^2*Cat; % Second moment of tire coefficient
%Calculo de Força.

VGC = [V*cos(s(3)) - s(2)*sin(s(3)),V*sin(s(3)) + s(2)*cos(s(3))];
% Velocidade do CG do Carro
VGR = [s(12)*cos(s(9)) - s(8)*sin(s(9)), s(12)*sin(s(9)) + s(8)*cos(s(9))];
% Velocidade do CG do Reboque

Rc = [(s(5)-c*cos(s(3))), (s(6)-c*sin(s(3)))];
% Ponto R do carro
Vrc = [VGC(1)-s(4)*c*cos(s(3)), VGC(2)-s(4)*c*sin(s(3))];
% Velocidade Ponto R do carro

Rr = [(s(13)+d*cos(s(9))), (s(14)+d*sin(s(9)))];
% Ponto R do Reboque
Vrr = [(VGR(1)+s(10)*d*cos(s(9))), (VGR(2)+s(10)*d*sin(s(9)))];
% Velocidade Ponto R do Reboque

F = [K*(Rc(1)-Rr(1)) + C*(Vrc(1)-Vrr(1)), K*(Rc(2)-Rr(2)) + C*(Vrc(2)-
Vrr(2))]; % Forças Globais

Fyc = F(1)*sin(s(3))-F(2)*cos(s(3)); % Força y local carro
Fyr = F(2)*cos(s(9))-F(1)*sin(s(9)); % Força y local reboque
Fxr = F(1)*cos(s(9))+F(2)*sin(s(9)); % Força x local reboque

Zc = s(15) + s(17)*(c);
Vzc = s(16) + s(18)*(c);

Zr = s(29) + s(31)*(d);
Vzr = s(30) + s(32)*(d);

Fz = (K*(Zr-Zc) + C*(Vzr-Vzc));

%Input de Esterçamento

% delta = 0;

delta =0.1; % Curva Constante

% if t<5
%     delta = 0;
% elseif t<7
%     delta = 0.5;
% else
%     delta = 0;
% end
%Equações de movimento.
sp = zeros(38,1);
%% Lateral Carro

sp(1) = s(2); %Ydot
sp(2) = - ((C0)/(M*V))*s(2) - ( - V - (C1)/(M*V))*s(4) +
(2*Cad/M)*(delta)+Fyc/M;

```

```

sp(3) = s(4); %Psi (Yaw)
sp(4) = - ((C1)/(Iz*V))*s(2) - ((C2)/(Iz*V))*s(4) +
(2*a*Cad/Iz)*(delta)+Fyc*(c)/Iz;

sp(5) = V*cos(s(3)) - s(2)*sin(s(3)); % coordenadas X e Y carro
sp(6) = V*sin(s(3)) + s(2)*cos(s(3));

%% Lateral Reboque
sp(7) = s(8); %Ydot
sp(8) = - ((C0r)/(Mr*s(12)))*s(8) - (- s(12) -
(C1r)/(Mr*s(12)))*s(10)+Fyr/Mr;

sp(9) = s(10); %Psi (Yaw)
sp(10) = - ((C1r)/(Izr*s(12)))*s(8) - ((C2r)/(Izr*s(12)))*s(10)+Fyr*d/Izr;

sp(11) = s(12);
sp(12) = Fxr/Mr; % V reboque

sp(13) = s(12)*cos(s(9)) - s(8)*sin(s(9)); % coordenadas X e Y reboque
sp(14) = s(12)*sin(s(9)) + s(8)*cos(s(9));

%% Vertical carro

sp(15) = s(16); % Eixo Z
sp(16) = 1/Ms*( (- Cd - Cd - Ct - Ct)*s(16) + (Cd*a + Cd*a - Ct*b -
Ct*b)*s(18) + (- Cd*1 +Cd*1 - Ct*1 + Ct*1)*s(20) + Cd*s(22) + Cd*s(24) +
Ct*s(26) + Ct*s(28) + (- Kd - Kd - Kt - Kt)*s(15) + (Kd*a + Kd*a - Kt*b -
Kt*b)*s(17) + (- Kd*1 + Kd*1 - Kt*1 + Kt*1)*s(19) + Kd*s(21) + Kd*s(23) +
Kt*s(25) + Kt*s(27) - Ms*g - Fz);

sp(17) = s(18); % Theta
sp(18) = 1/Iy*( (+ Cd*a + Cd*a - Ct*b - Ct*b)*s(16) + (- Cd*a^2 - Cd*a^2 -
Ct*b^2 - Ct*b^2)*s(18) + (Cd*a*1 - Cd*a*1 - Ct*b*1 + Ct*b*1)*s(20) -
Cd*a*s(22) - Cd*a*s(24) + Ct*b*s(26) + Ct*b*s(28) + (+ Kd*a + Kd*a - Kt*b -
Kt*b)*s(15) + (- Kd*a^2 - Kd*a^2 - Kt*b^2 - Kt*b^2)*s(17) + (+ Kd*a*1 -
Kd*a*1 - Kt*b*1 + Kt*b*1)*s(19) - Kd*a*s(21) - Kd*a*s(23) + Kt*b*s(25) +
Kt*b*s(27) + (Fz*(c)));

sp(19) = s(20); % Phi
sp(20) = 1/Ix*( (- Cd*1 + Cd*1 - Ct*1 + Ct*1)*s(16) + (+ Cd*1*a - Cd*1*a -
Ct*1*b + Ct*1*b)*s(20) + (- Cd*1^2 - Cd*1^2 - Ct*1^2 - Ct*1^2)*s(20) +
Cd*1*s(22) - Cd*1*s(24) + Ct*1*s(26) - Ct*1*s(28) +(- Kd*1 + Kd*1 - Kt*1 +
Kt*1)*s(15) + (+ Kd*1*a - Kd*1*a - Kt*1*b + Kt*1*b)*s(17) + (- Kd*1^2 -
Kd*1^2 - Kt*1^2 - Kt*1^2)*s(19) + Kd*1*s(21) - Kd*1*s(23) + Kt*1*s(25) -
Kt*1*s(27) - (Ms.*V^2./(V/s(4)).*(Hcg - s(15))) - Ms.*g.*(Hcg -
s(15))).*s(19));

sp(21) = s(22); % Zdd
sp(22) = 1/mdd*(+ Cd*s(16) - Cd*a*s(18) + Cd*1*s(20) + (- Cd - Cpd)*s(22) +
Kd*s(15) - Kd*a*s(17) + Kd*1*s(19) + (- Kd - Kpd)*s(21) + mdd*g);

sp(23) = s(24); % Zde
sp(24) = 1/mde*(+ Cd*s(16) - Cd*a*s(18) - Cd*1*s(20) + (- Cd - Cpd)*s(24) +
Kd*s(15) - Kd*a*s(17) - Kd*1*s(19) + (- Kd - Kpd)*s(23) + mde*g);

sp(25) = s(26); % Ztd
sp(26) = 1/mtd*(Ct*s(16) + Ct*b*s(18) + Ct*1*s(20) + (- Ct - Cpt)*s(26) +
Kt*s(15) + Kt*b*s(17) + Kt*1*s(19) + (- Kt - Kpt)*s(25) + mtd*g);

```

```

sp(27) = s(28); %Zte
sp(28) = 1/mte*(+ Ct*s(16) + Ct*b*s(18) - Ct*l*s(20) + (- Ct - Cpt)*s(28) +
Kt*s(15) + Kt*b*s(17) - Kt*l*s(19) + (- Kt - Kpt)*s(27) + mte*g);

%% Vertical reboque

sp(29) = s(30); % Eixo Z
sp(30) = 1/Msr*( (- Cr - Cr)*s(30) + (-Cr*e - Cr*e)*s(32) + (- Cr*lr +
Cr*lr)*s(34) + Cr*s(36) + Cr*s(38) + (- Kr - Kr)*s(29) + (-Kr*e -
Kr*e)*s(31) + (- Kr*lr + Kr*lr)*s(33) - Kr*s(35) + Kr*s(37) - Msr*g + Fz);

sp(31) = s(32); %Theta
sp(32) = 1/Iyr*( (- Cr*e - Cr*e)*s(30) + (- Cr*e^2 - Cr*e^2)*s(32) + (-
Cr*e*lr + Cr*e*lr)*s(34) + Cr*e*s(36) + Cr*e*s(38) + (- Kr*e - Kr*e)*s(29)
+ (- Kr*e^2 - Kr*e^2)*s(31) + (- Kr*e*lr + Kr*e*lr)*s(33) + Kr*e*s(35) +
Kr*e*s(37) - Fz*d);

sp(33) = s(34); %Phi
sp(34) = 1/Ixr.*( (- Cr*lr + Cr*lr).*s(30) + (- Cr*lr*e + Cr*lr*e).*s(32) +
(- Cr*lr^2 - Cr*lr^2).*s(34) - Cr*lr.*s(36) + Cr*lr.*s(38) +(- Kr*lr +
Kr*lr).*s(29) + (- Kr*lr*e + Kr*lr*e).*s(31) + (- Kr*lr^2 - Kr*lr^2).*s(33)
- Kr*lr.*s(35) + Kr*lr.*s(37) - (Msr.*s(12)^2./(s(12)/s(10)).*(Hcgr -
s(29))) - Msr.*g.*((Hcgr - s(29))).*s(33)));

sp(35) = s(36); %ztd
sp(36) = 1/Mnr*(Cr*s(30) + Cr*e*s(32) + Cr*lr*s(34) + (- Ctr - Cr)*s(36) +
Kr*s(29) + Kr*e*s(31) + Kr*lr*s(33) + (- Ktr - Kr)*s(35) - Mnr*g);

sp(37) = s(38); %zte
sp(38) = 1/Mnr*(+ Cr*s(30) + Cr*e*s(32) - Cr*lr*s(34) + (- Ctr - Cr)*s(38)
+ Kr*s(29) + Kr*e*s(31) - Kr*lr*s(33) + (- Ktr - Kr)*s(37) - Mnr*g);
end

```